

1.(1)現有 1 號球 m_1 顆, 2 號球 m_2 顆, ..., n 號球 m_n 顆, 將這些球放在一箱子裡, 依序取球, 取後不放回, 試問 2 號球比 1 號球先取完的機率為?

(2)現有白球 m_1 球, 紅球 m_2 球, 黑球 m_3 球, 將這些球放在一箱子裡, 依序取球, 取後不放回, 試問最後一次取球為白球的機率為?

2. 假設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

(1)若存在一矩陣 P 使得 $PAP^{-1} = B$, 其中 $B = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$, 試求 P 。

(2)試問 $A^{100} = ?$

3. 試敘述平行四邊形定理(5 分), 並以不同的方法證明, 每個方法得 5 分。

4. 現有雙資料 $x_i, y_i, i = 1, \dots, n$, 兩資料迴歸直線為 $y = a + bx$, 當 a, b 各為多少時, $\sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2$ 會有最小值? 試證之。