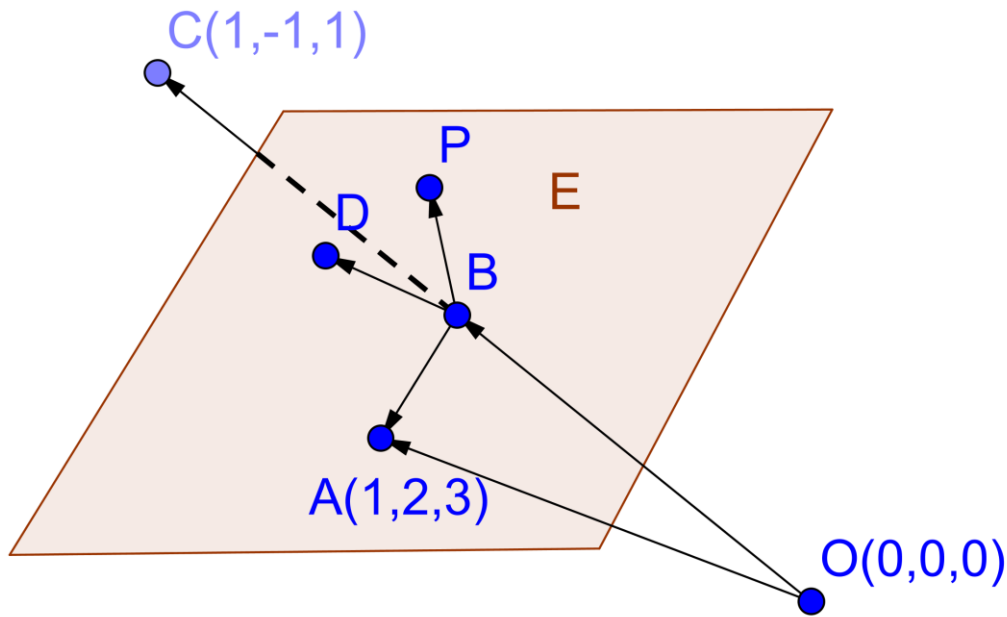


101 師大附中

填充 6. 設 R^3 中直線 L 過 $(0, 0, 0)$ 及 $(1, -1, 1)$ 兩點，且 T 是以直線 L 為軸，逆時針旋轉 $\frac{2\pi}{3}$ 的變換（從向量 $(1, -1, 1)$ 的端點 $(1, -1, 1)$ 往原點的方向看），則向量 $(1, 2, 3)$ 經過此旋轉變換後所得的向量為 _____。

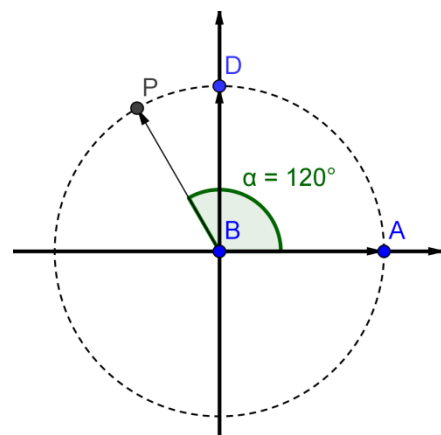
<sol>



1. 做 \overline{OA} 在 \overline{OC} 上的正射影向量 \overline{OB} ，則可得 $\overline{BA} = (\frac{1}{3}, \frac{8}{3}, \frac{7}{3})$
2. 做過 B 且以 \overline{OC} 為法向量的平面 E ，並在平面 E 上找 \overline{BD} ，
並使 \overline{BD} 滿足 (1) $|\overline{BD}| = |\overline{BA}|$ ；(2) \overline{BD} 與 $\overline{OC} \times \overline{BA}$ 同方向

可得 $\overline{BD} = \frac{1}{\sqrt{3}}(-5, -2, 3)$

3. 如右圖，在平面 E 上，以 B 為原點，取 \overline{BA} 向量為 x 軸，並訂為單位長；取 \overline{BD} 為 y 軸，亦訂為單位長。



則 \overline{BA} 逆時鐘旋轉 $\frac{2\pi}{3}$ 得到 \overline{BP} ，可用線性組合表示：

$$\overline{BP} = \cos \frac{2\pi}{3} \overline{BA} + \sin \frac{2\pi}{3} \overline{BD} = (-\frac{8}{3}, -\frac{7}{3}, \frac{1}{3})$$

4. $\overline{OP} = \overline{OB} + \overline{BP} = (-2, -3, 1)$ 即為所求！