

桃園縣 98 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學】試題卷

- ※注意事項：1. 答案一律畫在答案卡上，如寫在試題卷上不予計分。
2. 作答完畢，請將試題及答案卡一併交回。
3. 本試題共二頁。

一、單一選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案(共25題，每題4分，合計100分)

- 設 n 為一個四位數，並設 q 、 r 分別為 n 除以 1000 的商數及餘數。試問有多少個 n 值使得 $q+r$ 可被 37 整除？
 ① 5
 ② 24
 ③ 243
 ④ 270
- 某甲在提款時忘記帳號的密碼，但還是記得密碼的四位數字中有兩個 5、一個 2、一個 6，於是他就用這四個數字排成一個四位數輸入提款機嘗試，試問他只試一次就成功的機率為
 ① $\frac{1}{4}$
 ② $\frac{1}{6}$
 ③ $\frac{1}{12}$
 ④ $\frac{1}{24}$
- 底面半徑為 2、高為 8 的直圓柱面上有一條螺旋線，剛好沿著圓柱側面繞圓柱 4 圈從下底面上升到上底面，試問此螺旋線有多長？
 ① $16\pi+8$
 ② $\sqrt{256\pi^2+64}$
 ③ $32\sqrt{5}$
 ④ 128π
- 設 $x = \frac{1}{\sqrt{4-\sqrt{12}}}$ ，求 $\log_{16}(2x^4 + x^2 - 5x + 2)$ 之值為？
 ① $\frac{1}{2}$
 ② $\frac{1}{4}$
 ③ 2
 ④ 4
- 已知 $1+i$ 為方程式 $2x^3 - 5x^2 + 6x - 2 = 0$ 之一根，則此方程式其餘之根的和為何？($\sqrt{-1} = i$)
 ① $2+i$
 ② $\frac{1}{2}+i$
 ③ $\frac{3}{2}-i$
 ④ $2-i$
- 設方程式 $x^8 + a_7x^7 + a_6x^6 + \cdots + a_1x + a_0 = 0$ 之解集合為 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ，求 $a_6 = ?$
 ① 546
 ② 586
 ③ 642
 ④ 648

- 若 7^x 為 500! 的因數，則 x 之最大值為何？
 ① 71
 ② 72
 ③ 81
 ④ 82
- 令 $P(\bar{B}) = 1 - P(B)$ ，已知 $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(B) = \frac{1}{2}$ ， $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ 。求 $P(A | \bar{B}) = ?$
 ① $\frac{4}{15}$
 ② $\frac{5}{8}$
 ③ $\frac{8}{15}$
 ④ $\frac{3}{8}$
- 若 $\frac{3}{n^3} + \frac{4}{n^3} + \frac{5}{n^3} + \cdots + \frac{n^3-5}{n^3} + \frac{n^3-4}{n^3} + \frac{n^3-3}{n^3} = 60$ ，則正整數 n 為
 ① 5
 ② 11
 ③ 31
 ④ 60
- 設 a 為整數且 $\frac{5a+7}{3a+2}$ 也是整數，則 a 的所有可能值的和為？
 ① 0
 ② 1
 ③ 2
 ④ 3
- 滿足方程式 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{15}$ 且 $1 < x < y$ 的正整數解 (x, y) ，共有多少組？
 ① 1 組
 ② 2 組
 ③ 3 組
 ④ 4 組
- 設 $\sin \cot^{-1} \sqrt{3} = \tan \cos^{-1} \sqrt{x}$ ，則 $x = ?$
 ① $\frac{2}{3}$
 ② $\frac{4}{5}$
 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 ④ $\frac{1}{2}$

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n+2} + (n+2)\sqrt{n+1}} = ?$
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - 1
 - $2\sqrt{2}$
 - 2
14. 設 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 2}{2n + 1} = 2$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - a_n}{2n - 5} = ?$
- 1
 - 0
 - 1
 - ∞
15. 從一長方形的角切掉一三角形得到一個五邊形，其邊長由小至大排分別為 8、10、13、15、20 單位。這五邊形的面積為何？
- 252.5
 - 260
 - 270
 - 275.5
16. $f(x) = 1 + |\ln x|$ 在區間 $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ 上的最大值與最小值的和為
- $2 + \ln 2$
 - $1 + \ln 2$
 - $1 + \ln \frac{3}{2}$
 - $2 + \ln 3$
17. k 為一實數。若方程式 $2x^2 + 2kxy + 3y^2 + 5x + 4y + 6 = 0$ 代表一雙曲線，則
- $k = \sqrt{6}$
 - $k < \sqrt{6}$
 - $k < -\sqrt{6}$ or $k > \sqrt{6}$
 - $-\sqrt{6} < k < \sqrt{6}$
18. 求 $\sum_{k=1}^{100} \cos \frac{k\pi}{4} =$
- 0
 - 1
 - 1
 - $\frac{1}{\sqrt{2}}$
19. $\int_0^{\pi} e^{2x} \cos x dx$ 之值為
- $-(e^{2\pi} - 1)$
 - $-\frac{1}{2}(e^{2\pi} - 1)$
 - $-\frac{2}{5}(e^{2\pi} - 1)$
 - $-\frac{2}{5}(e^{2\pi} + 1)$
20. 兩曲線 C_1, C_2 的距離為 C_1 上的點與 C_2 上的點的距離的最小值。則拋物線 $y^2 = 4x$ 及圓 $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ 之距離為何？
- 1
 - $\sqrt{2}$
 - 2
 - $2\sqrt{2}$
21. 試問下列關於正 20 面體的敘述，哪一個是錯誤的？
- 有 12 個頂點
 - 它的所有頂點會共球面
 - 以它的頂點為頂點可以產生 15 個黃金矩形
 - 可以用 20 個正四面體面與面黏合成正 20 面體
22. 通過橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上兩點 $(0, -4), (\frac{5\sqrt{3}}{2}, 2)$ 的直線 L ，將橢圓內部分割成兩個區域，試問較小區域的面積為
- $\frac{20\pi}{3}$
 - $\frac{25\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{4}$
 - $\frac{20\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{4}$
 - $\frac{20\pi}{3} - 5\sqrt{3}$
23. 設 $P(x, y, z)$ 為 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10 = 0$ 上的點，則 $x - 2y + 2z + 2$ 之最大值為何？
- 3
 - 9
 - 15
 - 21
24. 設 $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ， $B = \{8, 9, 10\}$ ， $C = \{11, 12\}$ 。投擲二枚公正的六面骰子一次，若出現的點數和屬於 A ，則玩家可獲得 3 元，若出現的點數和屬於 B ，則玩家可獲得 4 元，若出現的點數和屬於 C ，則玩家可獲得 11 元。假使此一為公平的遊戲，則玩家玩一次遊戲該付多少錢給莊家？
- 4 元
 - 5 元
 - 6 元
 - 9 元
25. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，求 $A^{50} = ?$
- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$