

101 文華高中 填充第三題：

考慮滿足  $a^2 + b^2 = 49$ ,  $c^2 + d^2 - 16c - 12d = -96$  的所有實數  $a, b, c, d$ , 求

$\sqrt[3]{16c + 12d - 2ac - 2bd - 47}$  的最小值為何？

$$\begin{aligned}\langle \text{Sol} \rangle \quad \sqrt[3]{16c + 12d - 2ac - 2bd - 47} &= \sqrt[3]{c^2 + d^2 + 96 - 2ac - 2bd - 47} = \sqrt[3]{c^2 + d^2 - 2ac - 2bd + 49} \\ &= \sqrt[3]{(c-a)^2 + (d-b)^2 - (a^2 + b^2) + 49} = \sqrt[3]{(c-a)^2 + (d-b)^2}\end{aligned}$$

相當於考慮兩圓上的點距離平方的最小值開三次根號，畫圖可知兩圓為外離，

故距離最小為1.