

1. 若方程式 $x^3 - x^2 - x - 1 = 0$ 之相異三根為 a, b, c

試證 $\frac{a^{2004} - b^{2004}}{a - b} + \frac{b^{2004} - c^{2004}}{b - c} + \frac{c^{2004} - a^{2004}}{c - a}$ 為整數

2. 有一擂台賽，比賽過程是：甲、乙兩隊各出 7 名隊員按事先安排的順序出場比賽，雙方先由 1 號隊員出賽，負者淘汰；負方再派 2 號出場迎戰勝方 1 號，以此類推，直到一方 7 名隊員全被淘汰為止，另一方獲勝。所有可能出現的比賽過程個數為何？
3. 三角形 ABC 中， $AB=5$ ， $BC=6$ ， $CA=7$ 。若 H 為三角形 ABC 的垂心，O 為三角形 ABC 的外心，M 為 BC 邊的中點，則 OM 的長比 AH 的長為何？
4. 定義兩正數如下：

$$a = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{5 \times 6} + \cdots + \frac{1}{2003 \times 2004}$$

$$b = \frac{1}{1003 \times 2004} + \frac{1}{1004 \times 2003} + \frac{1}{1005 \times 2002} + \cdots + \frac{1}{2004 \times 1003}$$

則 $\frac{a}{b} = ?$

5. 令 X, Y 為銳角 $\angle AOB$ 兩邊 \overrightarrow{OA} 及 \overrightarrow{OB} 上之兩點，且設 $OX = a$ ， $OY = b$ ，

$XY = c$ ，已知 $a^2 - b^2 = 2$ ，且 $\angle AOB$ 的度數為 $\frac{\pi}{6}$ ，求 c 之最小值？

- 6.