

臺北市立景美女子高級中學 113 學年度第 1 次教師甄選 數學科試題

(考試時間：100 分鐘)

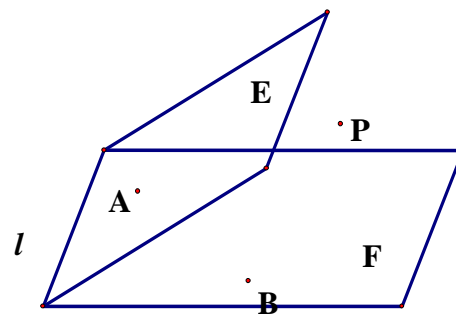
一、填充題：(每題 6 分，共 72 分)

注意：所有答案請化簡為最簡分數或最簡根式，否則不予計分

1、下列有關函數的敘述，哪些選項正確？Ans：_____。(全對才給分)

- (A) 函數 $g(x) = |x|$ 在 $x=0$ 有極值，且 $g'(0) = 0$
- (B) 設 $f(x)$ 為多項式函數，若 $f'(a) = 0$ ，則 $f(x)$ 在點 $(a, f(a))$ 必有水平切線
- (C) 設 $f(x)$ 為多項式函數，若 $f'(a) = 0$ ，且 $f(x)$ 在 $x=a$ 處有極小值，則 $f''(a) > 0$
- (D) 設 $f(x)$ 為多項式函數，若對所有實數 x ， $f(x) \geq 0$ 恆成立，則 $f(x)$ 的次數必為偶數
- (E) 設 $f(x)$ 為一次以上的多項式函數，若 $f(x)$ 為嚴格遞增函數，則 $f'(x)$ 恆大於 0

2、空間中有一 $\triangle ABC$ ，其中 $A(8, -11, -2)$ ，若 $\angle B$ 與 $\angle C$ 的內角平分線分別為 $L_1 : \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$ 與 $L_2 : \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ ，則直線 BC 的對稱比例式_____。



3、如右圖，空間中有兩個半平面 E 與 F，且 E 與 F 之交線為 l ，假設 E 與 F 的二面角為 60° ，A、B 兩動點分別落在 E、F 兩個平面上且 A、B 皆不在 l 上，又空間中一點 P 到 E 和 F 的距離依序為 3 和 4，則 $\triangle PAB$ 周長的最小值為_____。

4、已知函數 $f(x) = \sqrt{x^4 - x^2 - 6x + 10} - \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4}$ ，則 $f(x)$ 的最大值為_____。

5、已知 k 為有理數，且使得方程式 $kx^2 + (k-1)x + (k+1) = 0$ 的所有解都是整數，則 k 值為_____。(全對才給分)

6、已知實數 x, y 滿足 $\begin{cases} xy^2 \geq 81 \\ x^2y \geq 243 \\ x \geq 1, y \geq 1 \end{cases}$ ，當 $(x, y) = (p, q)$ 時， x^3y^4 有最小值 m ，則 $\frac{m}{pq}$ 的值為_____。

7、複數 Z_1 在複數平面上為 A 點，複數 Z_2 在複數平面上為 B 點，複數 Z_3 在複數平面上為 C 點，若 $|Z_1| = \sqrt{2}$ 、 $|Z_2| = \sqrt{5}$ 、 $|Z_3| = 3$ 且 $\triangle ABC$ 的重心為原點，則 $\overline{Z_2Z_3}$ 的實部為_____。

8、 $(1+2x+3x^2+4x^3+\cdots+100x^{99})^4$ 的展開式中 x^4 的係數為_____。

9、已知橢圓 $\Gamma: \begin{cases} x=1+3\cos\theta \\ y=1+4\sin\theta \end{cases}, \theta \in R$ 與一平行於 x 軸的直線交於 $A、B$ 兩點，若橢圓中心為 C 點，則 $\triangle ABC$ 面積的最大值為_____。

10、各位數字總和為 19 的四位數有_____個。

11、已知實係數方程式 $x^4-3x^3-6x^2+ax-24=0$ 有一個三重根，則 a 值為_____。

12、若橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 和開口向下的拋物線 $y=cx^2+d$ 交於相異三點，則 c 的範圍為_____。

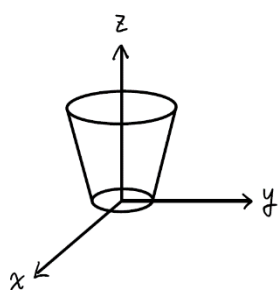
二、計算題：（共 28 分）

1、試求 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^6$ 小數點後第一位、第二位、第三位的值。（9 分）

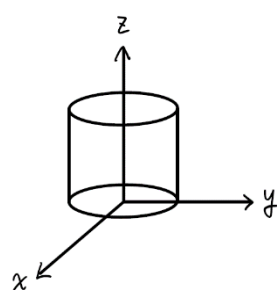
2、已知三角形 ABC 中， $\sin A + \sin B - \cos C = \frac{3}{2}$ ，求 $\angle C = ?$ （9 分）

3、空間中有兩點 $A(3,0,0)、B(0,5,12)$ ，將線段 AB 繞 z 軸旋轉，可得下列哪個圖形？

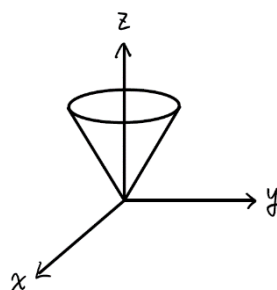
(A)



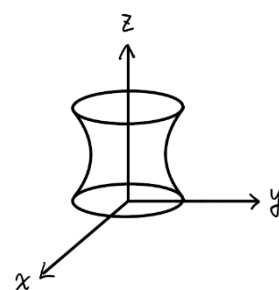
(B)



(C)



(D)



(1) 安安此題選(A)，請問他的答案是否正確？若不正確，要怎麼澄清他的迷思？（7 分）

(2) 如何正確解出這題？（3 分）