

臺北市立復興高級中學 113 學年度第一次專任教師甄選數學科試題

說明：本試卷測驗時間 90 分鐘，共 7 題。

准考證後三碼：

1. 設 a 為實數，且 $25^x - 4 \times 5^x + a = 0$ 之二根皆為正數，試求 a 的最大可能範圍。(10%)
2. 已知 α 、 β 、 γ 、 δ 為 $x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 1 = 0$ 的四個複數根，試求 $(\alpha^2 + \alpha + 1)(\beta^2 + \beta + 1)(\gamma^2 + \gamma + 1)(\delta^2 + \delta + 1)$ 的值。(10%)
3. 一副撲克牌，不小心遺失了一張。現在從這剩餘的 51 張選 2 張，若此 2 張牌皆是紅心，試求遺失的牌是紅心的機率。(10%)
4. 有五張編號 1 到 5 的卡片各一張任意的排成一列，若每次交換都只能將相鄰的兩張卡片互換位置，則要將這五張卡片按照編號由小到大排好，在使用最少交換次數的條件下，試求交換次數的期望值。(10%)
5. 以四邊形的頂點 A 、 B 、 C 、 D 為圓心分別作圓，每個圓皆於其相鄰的圓相外切。已知 $\overline{AB} = 7$ 、 $\overline{BC} = 8$ 、 $\overline{CD} = 5$ 、 $\overline{DA} = 4$ ，試求此四圓面積和之最小值。(10%)
6. 已知坐標空間中四點 $A(3, -1, 2)$ 、 $B(5, -3, 3)$ 、 $C(0, 0, 4)$ 、 $D(1, 2, 3)$ 。試求直線 AB 與直線 CD 的距離。請用多種不同的方法求解，每種方法 5 分，本題最高得分為 20 分。(20%)
7. 請按照教材邏輯順序，整理並證明高中以下教材(含)所有的三角形面積公式。(30%)

臺北市立復興高級中學 113 學年度第一次專任教師甄選數學科試題

說明：本試卷測驗時間 90 分鐘，共 7 題。

1. $3 < a \leq 4$

2. 4

3. $\frac{11}{50}$

4. 5

5. 41π

6. $\sqrt{5}$

7. 1. $\Delta = \frac{1}{2}ah$

2. $\Delta = \frac{1}{2}ab \sin C$

3. $\Delta = \frac{abc}{4R}$, 其中 R 為外接圓半徑.

4. $\Delta = rs$, 其中 r 為內切圓半徑, $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$ 為周長之半.

5. $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

6. $\Delta = \frac{1}{2}\sqrt{|\mathbf{a}|^2|\mathbf{b}|^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2}$

7. $\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

8. $\Delta = \frac{1}{2}|\mathbf{AB} \times \mathbf{AC}|$