

臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第一次正式教師甄選

數學科測驗題試題暨答案

填充題

1. 令 $x = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2024 + \sqrt{2024 + \sqrt{2024 + \sqrt{2024 + \sqrt{2024}}}}}}}}}$ ，其中 2024 共出現 2024 次，則 $[x] = \underline{45}$ 。

註： $[x]$ 表示小於或等於 x 的最大整數。

2. 不等式 $\log(x^2) + \sqrt{(\log x) - 1} < 5$ 的實數解為 $\underline{10 \leq x < 100}$ 。

3. 連續投擲公正硬幣 8 枚並排成一列，則有出現相鄰兩枚都是正面的機率為 $\underline{\frac{201}{256}}$ 。

4. 在 $\triangle ABC$ 中，已知點 D 在 \overline{BC} 上且 $\overline{BD}:\overline{DC}=1:3$ ，點 F 與點 G 都在 \overline{CA} 上且 $\overline{CF}:\overline{FG}:\overline{GA}=1:1:2$ ，點 H 在 \overline{AB} 上且 $\overline{AH}:\overline{HB}=1:2$ 。若 \overline{DG} 與 \overline{FH} 交於 P 點，則 $\overline{FP}:\overline{PH} = \underline{9:14}$ 。

5. 設橢圓 Γ 的中心為原點，且其長軸落在 x 軸上。以原點為旋轉中心，逆時針旋轉銳角 θ 的線性變換，將 Γ 變換為新橢圓 $\Gamma': 91x^2 - 24xy + 84y^2 - 300 = 0$ 。已知在 Γ 上的一點 P 經由此旋轉後得到的點 P' 落在 y 軸正向，則 P 點的坐標為 $\underline{\left(\frac{4\sqrt{7}}{7}, \frac{3\sqrt{7}}{7}\right)}$ 。

6. 已知 $f(x)$ 為三次實係數多項式，且三次項係數為 1。若 $f(x)$ 滿足 $f(-1)$ 、 $f(0)$ 、 $f(1)$ 依序成等差數列且 $f(0)$ 、 $f(1)$ 、 $f(2)$ 、 $f(3)$ 依序成等比數列，則 $f(x) = \underline{x^3 + 5x + 6}$ 。

7. 若 $[x]$ 表示小於或等於 x 的最大整數，則 $\int_0^{10} [x[x]] dx = \underline{303}$ 。

8. 設 k 為實數，且方程式 $(x + \sqrt{3} + ki)^5 = 32i$ 有兩相異實根，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則所有 k 的可能值之總和為 $\underline{-1}$ 。