

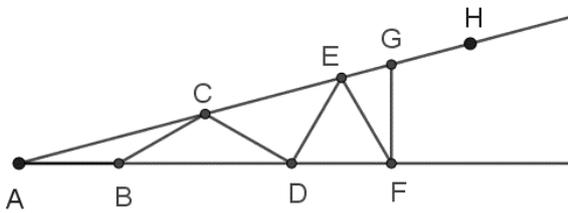
新竹市111學年度國中數學能力競賽 數學達人賽 【試題卷】

- 備註：1. 第一部分為填充題，每題7分，只須填答案，請將答案填入答案卷正確格子內。
 2. 根據各題題目中所規定的形式寫出正確答案，並將答案化成最簡分數或最簡根式。
 3. 第二部分為計算證明題，每題15分，須在答案卷上寫出作答歷程與註明答案。
 4. 「第一部分」和「第二部分」作答時間合計60 分鐘。

【第一部分】

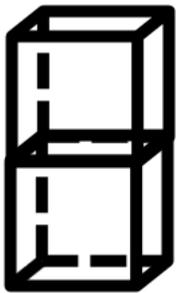
1. 化簡 $|1 - \sqrt{2} - \sqrt{7}| \times |1 + \sqrt{2} - \sqrt{7}|$ 之值為_____

2. 如圖一，已知 $\angle CAB = 15^\circ$ 且 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH}$ ，則 $\angle HGF =$ _____度

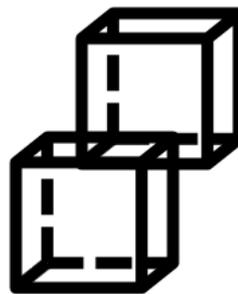


圖一

3. 用 120 個 $1 \times 1 \times 1$ 的正立方體組成一個立體圖形（每個正立方體組裝時皆以其中一個面與另外一個正立方體的面完全疊合的方式組裝，如圖二），則最大表面積與最小表面積的差距為_____



圖二、符合題意的疊合方式



不合題意的疊合方式

4. $a:b = 1:2$ ， $ab:c = 3:4$ ， $abc:d = 5:6$ ， $a = 10d$

則 $a + b + c + d =$ _____

5. 兩等差數列的部分項如下:

12, 27, 42, . . . , 2022

9, 30, 51, . . . , 2025

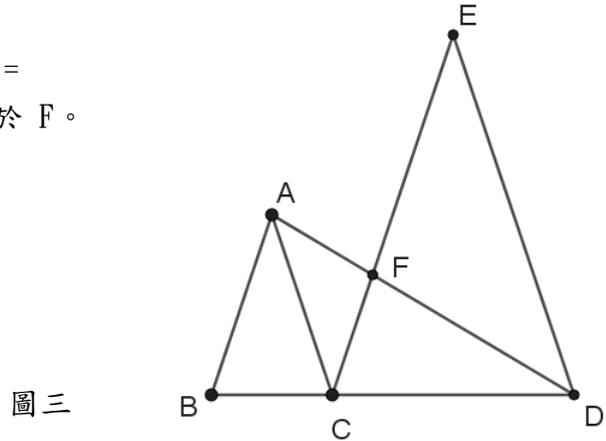
將兩數列相同的整數組成一個新的數列, 則此新數列所有項的總和為_____

6. 如圖三, $\triangle ABC$ 中 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\triangle ECD$ 中 $\overline{EC} = \overline{ED}$, 且 B、C、D 三點共線, 且 \overline{AD} 交 \overline{CE} 於 F。

已知 $\angle BAC = \angle CED$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = 10$

若四邊形 ABDE 的面積為 105 平方單位,

則 $\triangle CFD$ 的面積=_____平方單位。



圖三

7. 已知 $\frac{ab}{a+b} = \frac{3}{2}$, $\frac{bc}{b+c} = \frac{24}{7}$, $\frac{c+a}{ca} = \frac{5}{8}$, 則 $\frac{abc}{ab+bc+ca} =$ _____。

8. 有一公差為 x 的等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{20}$, 將其每一項都除以 17 之後商數形成了公差為 y 的等差數列 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{20}$, 餘數則形成了公差為 z 的等差數列 $c_1, c_2, c_3, \dots, c_{20}$, 若 $y \neq 0$, 則 $\frac{x+y+z}{y} =$ _____。

9. 楊老師台中家的電話號碼為一個八位數, 若將前四位數組成的數與後四位數組成的數相加得 6846, 若將前三位數組成的數與後五位數組成的數相加得 85866, 則楊老師台中家的電話號碼為_____。

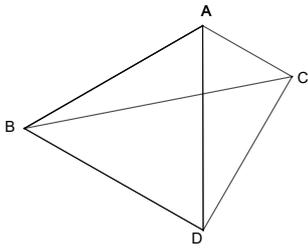
10. 甲、乙兩人分別從 A、B 兩地同時相向而行; 甲每小時走 4 公里, 乙每小時走 5 公里; 當兩人分別到達 B 地和 A 地後, 立即反向而行, 反向時甲的速度增加原速的二分之一, 反向時乙的速度增加原速的五分之一。已知兩人前兩次相遇處的距離為 9 公里, 則 A、B 兩地的距離= _____ 公里

【第二部分】

計算證明題，若是只有答案沒有過程將不予計分

【題組一】

1. 如右圖已知 $\angle BAD = \angle CAD$ ， $\overline{AD} = \overline{BD}$ ， $\overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{AB}$ ，則請以文字或數學式說明下列兩小題：
(1) $\angle ACD$ 之度數為何？
(2) 若 $\angle BAD = \angle CAD = 60^\circ$ ，則 $\triangle ABD : \triangle BDC : \triangle ACD$ 之面積比為何？



【題組二】

2. 小新美術課時在一張邊長為 a 公分 (a 為整數，且 $a < 30$) 的正方形色紙上剪去一個邊長為 b 公分 (b 為整數，且 $b < a$) 的正方形，但覺得剩下的色紙若直接丟棄很可惜，於是利用切割重組之後，拚成一個長寬均為整數公分的長方形 (中間沒有空洞，也沒有重疊)。
(1) 若小新原來的色紙邊長是 10 公分，剪去 7 公分的正方形，則剩下的色紙可以重新切割拚成幾種不全等的長方形？
(2) 若小新剪完後，發現剩下的色紙只能拚成一種長寬均為整數的長方形，沒辦法拼出第二種，則小新原本的正方形色紙邊長有幾種可能？