

新竹市111學年度國中數學能力競賽 數學百分王 【試題卷】

備註：1.根據各題題意，由四個選項中，選出正確者。

2.請用**2B鉛筆**將答案劃入【答案卡】每題4分，答錯倒扣1分至0分為止，滿分100分。

3.作答時間：30分鐘。

1.計算 $\frac{(-1.2) \div \frac{1}{20}}{(-1)^{111} + (-3)^3 \div (\frac{-1}{2}) \times (-1-3)}$ 之值為何？
(A) $\frac{48}{29}$ (B) $\frac{24}{217}$ (C) $\frac{48}{25}$ (D) $\frac{24}{215}$ 。

2.已知 (a, b) 表兩整數 a, b 之最大公因數，請選出錯誤的選項？

(A) $(234, 432) = 18$

(B) $(1243, 3124) = 11$

(C) $(2^5 \times 6^7 \times 11^6, 2^8 \times 3^5 \times 6^4) = 2^5 \times 6^4$

(D) $(2^5 \times 3^7 \times 11^6, 2^8 \times 5^5 \times 11^4) = 2^5 \times 11^4$ 。

3.在實驗室中原有 100 個細菌，每經過 1 分鐘，細菌的數量會增加原來的 2 倍(變為原來的 3 倍)。請問 16 分鐘後的細菌數是 10 分鐘後的細菌數的多少倍？

(A) 12 倍 (B) 18 倍 (C) 64 倍 (D) 729 倍。

4.下列何者是質數？

(A) 527 (B) 551 (C) 769 (D) 851

5.小美任意寫出連續 5 個正整數，最多可以寫出 m 個質數。大雄任意寫出連續 6 個正整數，最多可以寫出 n 個合數。則數對 $(m, n) = ?$

(A) (3, 6) (B) (3, 5) (C) (2, 6) (D) (2, 5)。

6.新新花園有一個很漂亮的時鐘，每天中午 12 點會有機械娃娃出來表演，每次表演時間為 2 分鐘，但因為年久失修，時鐘走的速度開始逐漸不準確，欣欣負責維持時鐘的運作，本週想觀察一下目前的狀況，週一中午 12 點整時校準時鐘，讓它準時表演，第二天(週二)中午 12 點整時發現整整慢了 1 個小時，欣欣立刻校準時鐘讓它準時表演，因為週三欣欣有另外重要的工作，無法準時 12 點去校準時鐘，欣欣在下午 1 點整抵達，請問時鐘是否已開始表演了？

(A) 尚未開始表演 (B) 剛好開始表演

(C) 已經開始，正在表演中 (D) 已經表演結束

7. 設 $a > b$ ，且滿足 $5a^2 - 8a + 3 = 0$ ， $5b^2 - 8b + 3 = 0$ ，則 $\frac{a}{b} = ?$

- (A) $\frac{8}{5}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{3}{5}$ 。

8. 下列何者最大？

- (A) $\sqrt{124} + \sqrt{140}$ (B) $\sqrt{126} + \sqrt{138}$ (C) $\sqrt{128} + \sqrt{136}$ (D) $\sqrt{130} + \sqrt{134}$

9. 已知 $x < 2$ ，且 $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{18 - 12x + 2x^2} = -4$ ，則 $x = ?$

- (A) -8 (B) $-3\sqrt{2}$ (C) $-4 - \sqrt{2}$ (D) $12 - 9\sqrt{2}$

10. 若 $p = 4a^2 + 8a - 21$ 為質數，則 $a + p$ 之值為多少？

- (A) 11 (B) 13 (C) 15 (D) 17

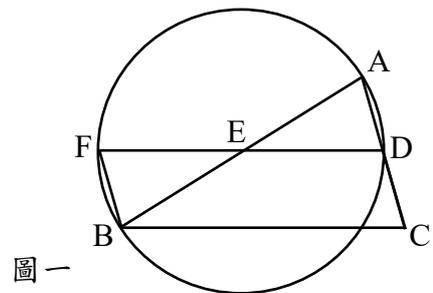
11. 如圖一， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AC} 和 \overline{AB} 上，

且四邊形 $BCDF$ 為平行四邊形，已知 $2\overline{DF} = 5\overline{CD}$ ，

若以 \overline{DF} 為直徑畫一圓，則 A 、 B 兩點恰好皆在圓上，

則 $\overline{AD} : \overline{CD} = ?$

- (A) 1:1 (B) 2:3 (C) 3:2 (D) 2:5



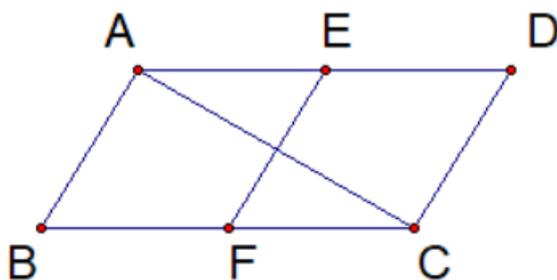
12. 盧卡斯數列的前幾項分別為 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, ...，從第 3 項起，該項為前兩項之和，如前面所示，第 4 項為 1+3，第 5 項為 3+4，第 6 項為 4+7。設前 100 項之和除以 10 之餘數為 n ？則

- (A) $0 \leq n < 2$ (B) $2 \leq n < 4$ (C) $4 \leq n < 7$ (D) $7 \leq n \leq 9$ 。

13. 如圖二，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle BCD = 120^\circ$ ， E 、 F 兩點分別為 \overline{AD} 、 \overline{BC} 之中點，且 $\overline{BC} = 2\overline{CD} = 8$ ，則 \overline{AC} 之長為何？

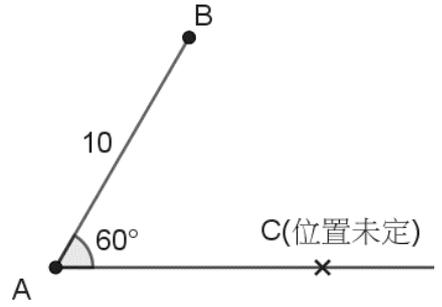
- (A) $3\sqrt{3}$ (B) $4\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) 6

圖二



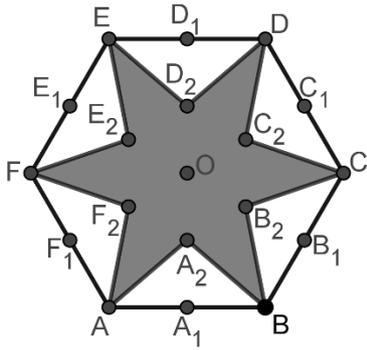
14. 如圖三，已知 $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\overline{AB} = 10$ ，如果再加上 \overline{BC} 的值，可能作出 0 個或 1 個或 2 個 $\triangle ABC$ ，請選出可作出 2 個 $\triangle ABC$ 的選項？

- (A) $\overline{BC} = 8$ (B) $\overline{BC} = 9$
 (C) $\overline{BC} = 11$ (D) $\overline{BC} = 12$

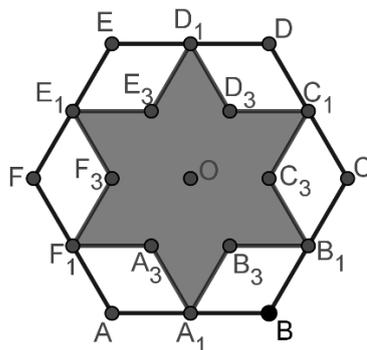


圖三

15.



圖四



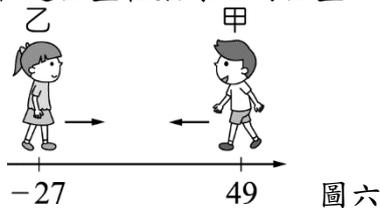
圖五

如圖四、圖五， $ABCDEF$ 皆為邊長是 1 單位的正六邊形， O 為正六邊形 $ABCDEF$ 的中心點，且 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 、 E_1 、 F_1 為各邊中點，圖四中 A_2 、 B_2 、 C_2 、 D_2 、 E_2 、 F_2 為各邊中點與 O 點連線的中點，同時圖五中 A_3 、 B_3 、 C_3 、 D_3 、 E_3 、 F_3 為各頂點與 O 點連線的中點，則圖四中形

成的六角星形區域面積  : 圖五中形成的六角星形區域面積  = ?

- (A) 1:1 (B) 2:3 (C) 3:2 (D) 4:3

16. 如圖六，已知甲、乙兩人分別在數線上 49 與 -27 的位置，同時各自以不同的固定速率行走散步，並且在 -27 與 49 之間，來回走動。若甲、乙兩人會在數線上 -8 的位置第一次相遇。若在此情況下，假設第五次相遇位置在數線上的位置 n ，求下列何者正確？

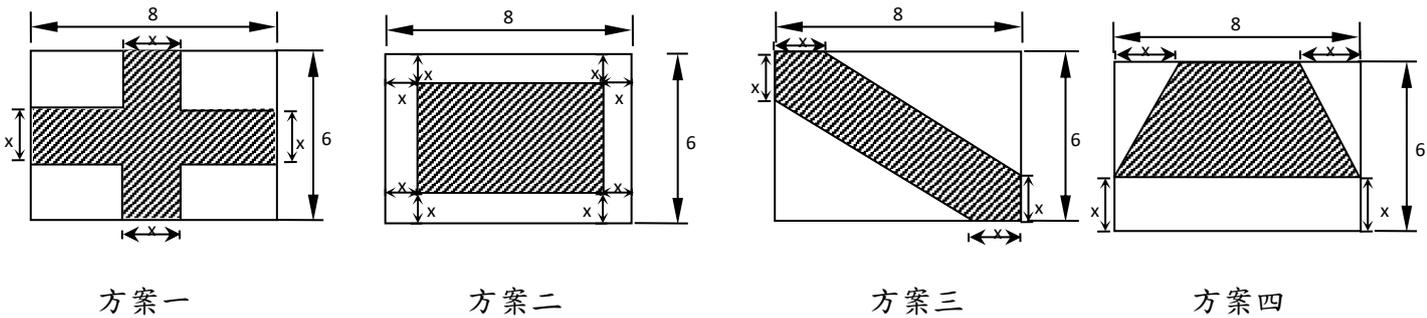


圖六

- (A) $-27 \leq n < -8$ (B) $-8 \leq n < 11$ (C) $11 \leq n < 30$ (D) $30 \leq n \leq 49$ 。

17.如圖七，池晟家有一塊長8公尺、寬6公尺的矩形空地，媽媽準備在該空地上建造一個花園，並使花園面積為空地面積的一半。池晟設計了如下的四種方案供媽媽挑選，則下列敘述何者正確？

- (A)四個方案中的 x 值均相同
- (B)四個方案中恰有一個方案無法滿足花園面積為空地面積的一半
- (C)方案一的 x 值是方案二 x 值的 1.5 倍
- (D)方案三的 x 值與方案四的 x 值相同



圖七

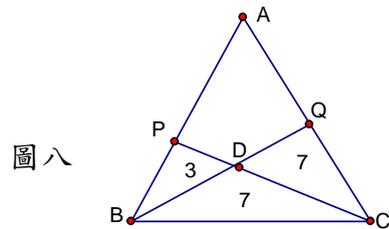
18.計算

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2021}\right) = ?$$

- (A) $-\frac{1}{2021}$
- (B) 0
- (C) $\frac{1}{2022}$
- (D) $\frac{1}{4044}$

19.如圖八， $\triangle ABC$ 被兩線段 \overline{BQ} 、 \overline{CP} 分割為4個部份，其中3個部份的面積如圖上標記所示，則四邊形APDQ之面積為多少平方單位？

- (A)17
- (B)18
- (C)20
- (D)21



20.已知 $a = -\frac{2019 \times 2020}{2021 \times 2022}$ ， $b = -\frac{2019 \times 2021}{2020 \times 2022}$ ， $c = -\frac{2019 \times 2022}{2020 \times 2021}$

請選出 a, b, c 正確的大小順序？

(A) $a > b > c$ (B) $a < b < c$ (C) $b > a > c$ (D) $a > c > b$ 。

21. 設 a, b, c 均為實數，且滿足 $\frac{a+2b-3c}{2} = \frac{b-2c+3a}{3} = \frac{c+2b+3a}{4}$ ，請選出正確的

選項？

(A) $a = 54, b = 48, c = 6$ (B) $a = 9, b = 8, c = 1$

(C) $\frac{a^2-2b+3c}{a^2+3b-2c} = \frac{68}{103}$ (D) $\frac{a-2b+3c}{a+3b-2c} = \frac{-4}{31}$ 。

22. 針對 COVID-19 病毒檢測，目前主要採行 PCR 技術檢測後，若是判定為陽性反應，確診者會得到一個指標，也就是 Ct 值。由於檢體內的 COVID-19 病毒基因非常小，只有一般流感病毒的十分之一，需透過 PCR 的檢測技術，一次次複製放大才能夠被觀測，每放大一次（變成兩倍）就是一個單位的 Ct 值。因此，Ct 值可視為「可偵測到病毒 RNA 量的最少循環數」。也就是說，Ct 值 30 即代表將檢驗的病毒基因放大了 30 次才能被觀測到。

四位患者在確診三天後的 Ct 值變化，由此推論下列哪一位患者體內的病毒量減少了最多？

(A) H 先生：從 Ct 值 20 轉為 18 (B) S 小姐：從 Ct 值 15 轉為 14

(C) I 先生：從 Ct 值 20 轉為 22 (D) N 小姐：從 Ct 值 15 轉為 16

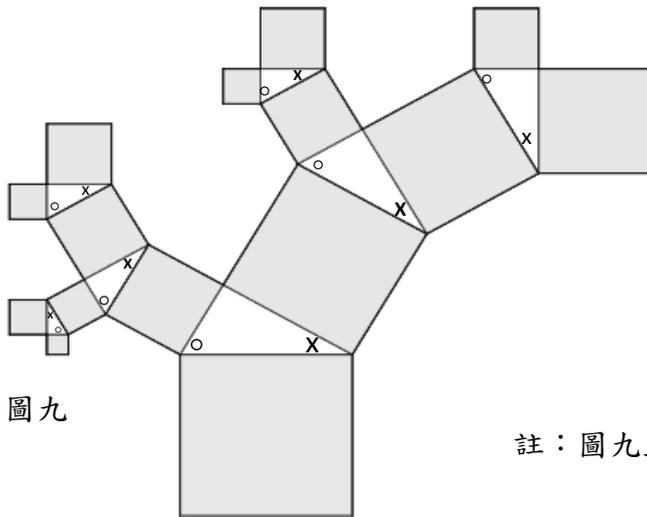
23. 阿新跟阿竹各有一個袋子，裡面都裝了一些彈珠，阿新先將自己袋中一半的彈珠放入阿竹的袋中，阿竹收到之後再把自己袋中所有彈珠的 $\frac{1}{4}$ 放入阿新的袋中，結果意外發現兩人袋中的彈珠都回到原來的數量，阿竹再拿 60 顆彈珠放入阿新的袋中，發現兩袋中的彈珠數量剛好是開始時的數量對換（即阿新袋中的數量是阿竹原本的數量，阿竹袋中彈珠的數量是阿新原本的數量），請問兩人共有幾顆彈珠？

(A) 180 顆 (B) 240 顆 (C) 300 顆 (D) 600 顆

24. 台灣車牌常見的形式為 ABC-abcd，而且均不出現 4。今只考慮後 4 碼為數字，即 a,b,c,d 為 0,1,2,3,5,6,7,8,9 其中一個，可重覆出現。若 a,b,c,d 該 4 碼為等差數列的個數共有 n 個。例如：1,3,5,7 為等差數列。則

(A) $n < 20$ (B) $20 \leq n < 22$ (C) $22 \leq n < 24$ (D) $24 \leq n$ 。

25.



註：圖九上 $\angle X=30^\circ$ ， $\angle o=60^\circ$

如圖九， 30° - 60° - 90° 的直角三角形所畫出的畢氏樹，已知最小的正方形面積為1平方單位，請問整個畢氏樹的灰色部分面積和為多少平方單位？

- (A) 8 (B) 64 (C) $30 + 14\sqrt{3}$ (D) 256