

新北市公立高級中等學校 111 學年度教師聯合甄選

數學科 試題

考生作答說明：

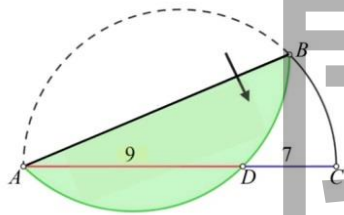
- 一、請先檢視答案卷准考證號碼、姓名是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：填充題 10 題，計算證明題 2 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卷請使用黑色或藍色原子筆作答。
- 五、答案卷與試題卷須一起繳交，始可離開試場。

新聞稿專用

新北市公立高級中等學校 111 學年度教師聯合甄選
數學科 試題

一、填充題：共 10 題，每題 7 分。

1. 已知實數 a, b, c 滿足 $a + b + c = 0$ 且 $a^3 + b^3 + c^3 = 1$ ，則 $ab(a + b)$ 之值為何？
2. 如下圖，已知 \overline{AC} 為半圓之直徑，若將弧 AB 沿弦 \overline{AB} 往下折使其跟 \overline{AC} 相交於 D 點且 $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{DC} = 7$ ，則 \overline{AB} 的長度為何？



3. 已知 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$ ，求 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1^3 + 2^3 + \dots + k^3}$ 之值為何？
4. 已知 $f(x)$ 為首項係數是 1 的三次多項式滿足當 $n = 1, 2, 3$ 時 $f(7n + 8) + 8n + 7 = 0$ ，則 $f(36)$ 之值為何？
5. 已知 $y = f(x + 1)$ 的圖形與 $y = e^{e^x} + 1$ 的圖形對稱於直線 $y = x$ ，試求函數 $f(x)$ 。
6. 熱狗有四種口味，小英、小華、小明 三人各買了若干根(每種口味最多一根)，請問任兩人皆有買到相同口味的的方法有幾種？
7. 擲一公正的六面骰子 10 次，試求出現點數種類的期望值。
8. 已知 $\theta = 15^\circ$ ，若 a, b 為 $x^2 + x \tan \theta - \sin \theta = 0$ 的兩相異實根，試求原點到 (a, a^2) 與 (b, b^2) 所連直線的距離。
9. 已知 z 為複數非實數但 $\frac{z - \sqrt{-1}}{z - 2}$ 卻為實數，則 $|z| + |z + 1|$ 的最小值為何？
10. 試求 $\cos^2(A - B) + \cos^2(B - C) + \cos^2(C - A)$ 的最小值。

二、計算證明題：共 2 題，每題 15 分。

1. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為 $ax+b$ ，除以 $(x+1)^2$ 的餘式為 $bx+a$ ，其中 $a \neq 0$ 。若 $f(x)$ 除以 $(x-1)^2(x+1)^2$ 的餘式 $R(x)$ 為三次多項式且常數項為 0，則 $R(x)$ 的根除了 0 外還有哪些？
2. 試證：對任意正整數 n ， $[\sqrt{n}] + \sum_{k=1}^n \left[\frac{n}{k} \right]$ 必為偶數，其中 $[x]$ 為高斯函數。

新聞稿專用