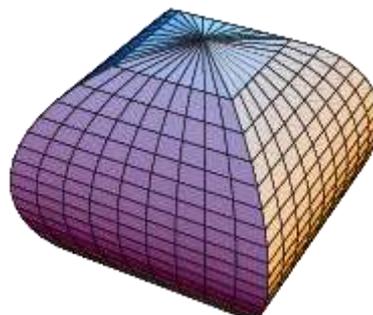
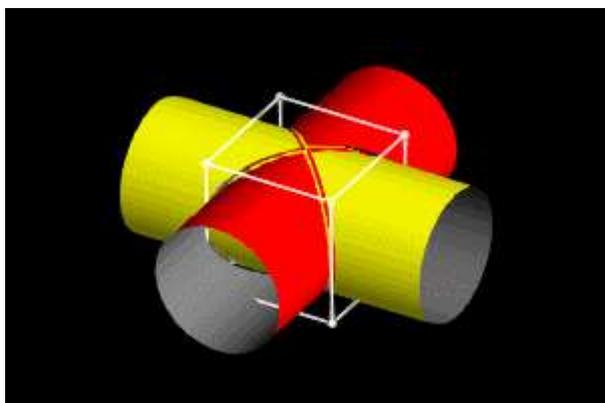
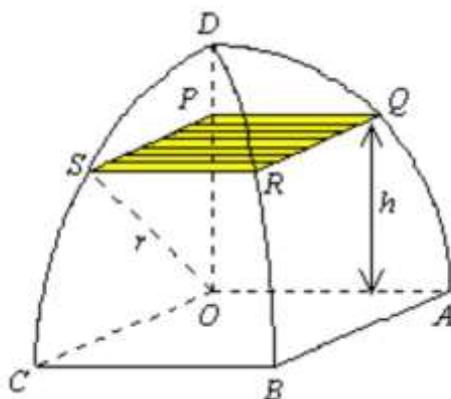


牟合方蓋與三半徑 r 的圓柱交集區域的「牟合圓塊」體積計算



牟合方蓋：兩半徑 r 的圓柱交集區域

牟合方蓋的 $\frac{1}{8}$ 部分(圖一)：



$$\int_0^r r^2 - h^2 dh = \frac{2}{3} r^3$$

因此牟合方蓋體積 $8 \cdot \frac{2}{3} r^3 = \frac{16}{3} r^3$

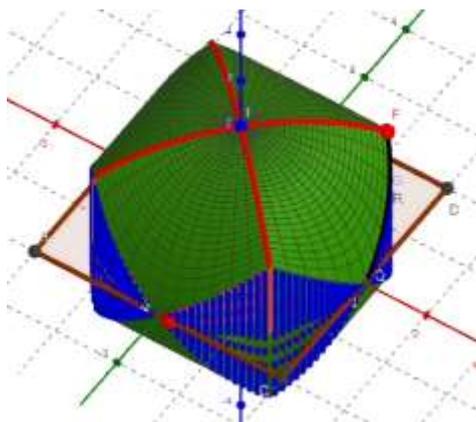
牟合方蓋的三視圖可以是「圓、圓、方」，

而在方的部分再與圓柱取交集區域即可成為三視圖「圓、圓、圓」的「牟合圓塊」！

換句話說，「牟合圓塊」是三個半徑 r 的圓柱置於 x, y, z 軸後的交集區域，

利用其對稱性，可將體積拆解為 6 塊局部的牟合方蓋，

再一一貼於邊長 $\sqrt{2}r$ 的正立方體的六個面上。



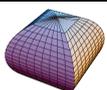
局部的牟合方蓋指的是圖一中，正方形 $PQRS$ 的對角線 \overline{PR} 長度正好等於 r 時，

以平面 PQR 將整個牟合方蓋切開後較小的一塊。

再考慮中間正立方體的邊長，由於各面正方形的對角線正好等於 $2r$ ，因此邊長就是 $\sqrt{2}r$ ，

所以局部的牟合方蓋體積就是 $4 \cdot \int_{\frac{\sqrt{2}r}{2}}^r r^2 - h^2 dh$ ，

進而得到「牟合圓塊」的體積 $= 6 \cdot 4 \cdot \int_{\frac{\sqrt{2}r}{2}}^r r^2 - h^2 dh + (\sqrt{2}r)^3 = (16 - 8\sqrt{2})r^3$

物體	球	牟合方蓋	牟合圓塊
			
體積公式	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$\frac{16}{3}r^3$	$(16 - 8\sqrt{2})r^3$
體積近似公式比較	$4.1888r^3$	$5.3333r^3$	$4.6863r^3$