

110 學年度臺北市（陽明高中）
普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試（二）試題

編號：_____（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷繳回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 設 $x = \sin \theta + \cos \theta$ 。已知 $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta$ 可以表成 x 的多項式 $f(x)$ ，則 $f(x)$ 除以 x^2 的餘式為 (一) 。

2. 設 a, b 均為正整數且 $b \leq 10$ 。若方程式 $(\log_2(x^2 - 2ax + b))^2 - \log_2(x^2 - 2ax + b)^3 + 2 = 0$ 恰有兩個相異實根及兩個虛根，則 $a \times b$ 的最大可能值為 (二) 。

3. 若實數 x, y 滿足 $xy = 2$ ，則分式 $\frac{((x+y)^2 - 6)((x-y)^2 + 8)}{x^2 + y^2 - 4}$ 的最小值為 (三) 。

4. 在所有的正整數中，將含有數字 3 或 6 或 9 的數全部刪除後，剩下來
的數由小而大排成一列，則第 2021 個數為 (四) 。

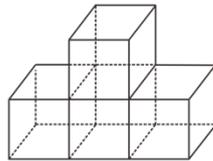
〈背面尚有試題〉

5. 若實數 a, b, c, d 滿足 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ ，則 $(a-d-11)^2 + (b-2d)^2 + (c-3d-1)^2$ 的最小值為 (五) 。

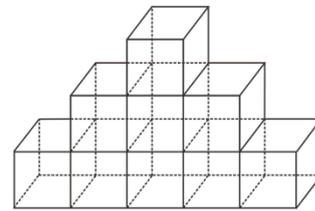
6. 如下圖，第一個圖是由12根火柴棒組成的一個正立方體，第二個圖是在第一個圖的下方增加3個正立方體；第三個圖是在第二個圖的下方增加5個正立方體，依此類推，其中銜接處的火柴棒都是共用的，例如：第二個圖是由36根火柴棒所組成。若 n 為正整數，則第 n 個圖是由 (六) 根火柴棒所組成。(以 n 的數學式表示)



圖一



圖二



圖三

7. 若 $x > 0$ 且滿足 $\sqrt[3]{3x+14} - \sqrt[3]{3x-14} = 1$ ，則 $x =$ (七) 。

110 學年度臺北市（陽明高中）

普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽

數學科筆試（二）解答

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷繳回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

答 案 欄

(一)	(二)	(三)	(四)
$\frac{1}{4}$	14	18	7817
(五)	(六)	(七)	
$109-12\sqrt{3}$	$5n^2+9n-2$	$\frac{5\sqrt{37}}{3}$	