

110 年西松高中數學科代理教師筆試 題目卷

一、填充題(12 題，任選 10 題，每題 7 分)

1. 在 503 後添一個三位數，所得之六位數能被 7，9，11 整除。求此三位數？

2. 設 x 為實數，且 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，其中 a, b, c, d 為常數，若

$$f(1) = 2020, f(2) = 4040, f(3) = 6060, \text{ 則 } f(7) + f(-3) \text{ 之值?}$$

3. 高斯符號 $[a]$ 代表不大於 a 的最大整數， $[12.7] = 12$ ； $[-2.8] = [-3 + 0.2] = -3$

求方程式 $[x] + [2x] + [4x] = 102$ 解？（答案非定值，是一個範圍）

4. 已知 x, y 滿足
$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x + y \leq 4, \\ -2x + y + c \geq 0 \end{cases}$$
，且目標函數 $z = 3x + y$ 的最小值是 5，則求 z 的

最大值？

5. 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分別是角 A, B, C 的對邊，向量 $\vec{m} = (b, 2a - c)$ ， $\vec{n} = (\cos B, \cos C)$ ，且 $\vec{m} \parallel \vec{n}$ ，求角 B 的大小？

6. 在直角坐標平面中， $\triangle ABC$ 的兩個頂點為 $A(0, -1)$ ， $B(0, 1)$ 平面內兩點 G, M

同時滿足 ① $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ ；② $|\vec{MA}| = |\vec{MB}| = |\vec{MC}|$ ；③ $\vec{GM} \parallel \vec{AB}$

求頂點 C 的軌跡方程式？

7. 設 F_1, F_2 分別是橢圓 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的左、右焦點。若 P 是該橢圓上的一個動

點，求 $\vec{PF}_1 \cdot \vec{PF}_2$ 的最大值 M 和最小值 m ，求數對 $(M, m) = ?$

8. 過橢圓 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的右焦點 F 作直線 l 交橢圓於 M, N 兩點，設 $|\vec{MN}| = \frac{3}{2}$ 。求

直線 l 的斜率 k ？

9. 甲、乙兩人同時參加奧運志願者的選拔賽，已知在被選的 10 道題中，甲能答對其中的 6 題，乙能答對其中的 8 題，規定每次考試都以備選題中隨機抽出 3 題進行測試，至少答對 2 題才能入選。若甲、乙兩人是否入選為獨立事件。求甲、乙兩人至少有一人入選的機率？

10. 已知關於 x 的二項式 $(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt[3]{x}})^n$ 展開式的二項式係數之和為 32，常數項為 80，則求 a 的值？

11. 數列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = a_n + cn$ (c 是常數， $n = 1, 2, 3, \dots$)，且 a_1, a_2, a_3

成公比不為 1 的等比數列。由數列 $\{a_n\}$ 中的第 1、3、9、27、……項構成一個

新的數列 $\{b_n\}$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_{n+1}}{b_n}$ 的值？

12. 將 1, 2, 3, ..., 9 這 9 個數字填在如圖的 9 個空格中，要求每一行從左到右，每一列從上到下分別依次增大，當 3, 4 固定在圖中的位置時，求填寫空格的方法數？

3	4	

參考答案：

一、填空題(12 題，任選 10 題，每題 7 分)

1. 118 或 811 2. 9280 3. $\frac{59}{4} \leq x < 15$ 4. 10 5. $B = \frac{\pi}{3}$.

6. $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1 (x \neq 0)$ 7. (4, 3) 8. $k = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$. 9. $\frac{44}{45}$. 10. 2 11. 9 12. 6