

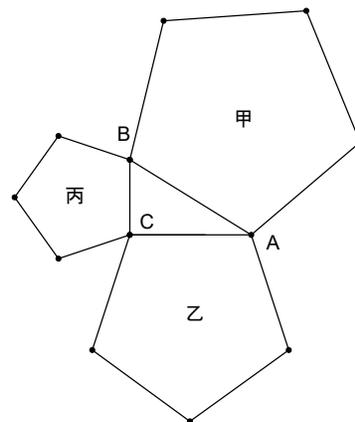
數學一試題

一、填充題(17 題，每題 5 分，共 85 分，答案請寫在答案卷上)

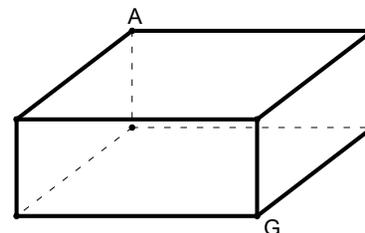
1. 公園裡圍了一塊三角形的空地，其邊長分別是 720cm，840cm，1080cm。現公園管理處要在此塊空地周圍擺盆栽，使得相鄰盆栽的間隔距離皆相等，並且三角形的三個頂點皆要放置盆栽。因為預算問題，所以預計擺放 30 個盆栽以上，50 個盆栽以下(包含 30 及 50)。則最後可以擺放_____個盆栽。

2. 正常指針型鐘面上，令 12 點鐘的位置為 A，中心點為 O，已知在 3 點 k 分時($0 < k < 60$)，時針與分針分別跟 \overline{OA} 的夾角相等， $k =$ _____。

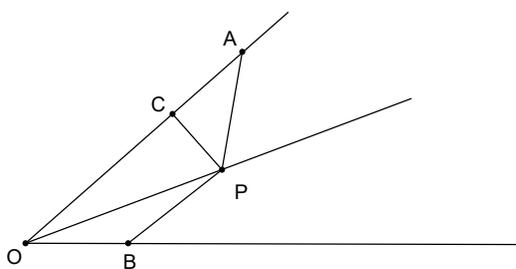
3. 有一直角三角形 ABC，角 C 為直角。分別以 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 為邊長向外作正五邊形，如圖。已知甲區域的面積為 64 平方單位，乙區域的面積為 49 平方單位，則丙區域的面積為_____。



4. 有一長方體的紙盒，長、寬、高分別為 a、b、c，其中 $a < b < c$ 。如圖，有一螞蟻沿著紙盒表面由 A 爬到 G，則爬行的最短距離為_____ (以 a、b、c 表示)



5. 如圖，P 點在 $\angle AOB$ 的平分線上， $\overline{PC} \perp \overline{OA}$ ，若 $\angle OAP + \angle OBP = 180^\circ$ ，則 $\frac{\overline{OA} + \overline{OB}}{\overline{OC}} =$ _____



6. 若 A，B，C 分別代表 0~9 中相異的三個數字，且滿足下列五位數與五位數的加法直式運算：

$$\begin{array}{r} A \quad B \quad B \quad A \quad A \\ + \quad A \quad B \quad B \quad A \quad A \\ \hline B \quad B \quad C \quad C \quad C \end{array}$$

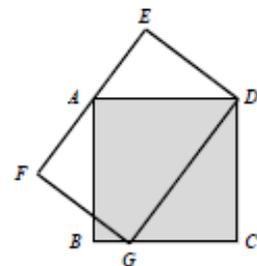
則序組(A,B,C) = _____。

7. 電腦以 2 進位計算，如： $10111 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1$ 。地球人有 10 隻手指，習慣 10 進位的計算，如： $351 = 3 \times 10^2 + 5 \times 10 + 1$ 。現有火星人有 k 隻手指，所以計算時都是使用 k 進位。以下為一火星人列出的火星數學算式： $28 \times 9 = 168$ (除了 k 進位外，使用的四則運算符號皆與地球同義)。則求此道火星人數學題目的答案： $46 \times 14 =$ _____。(要寫成火星人的答案！)

8. 已知 $a > -1$ ， $b > 2$ ， $c > -1$ ，且 $4a + 9b + 16c + 61 = 12\sqrt{a+1} + 30\sqrt{b-2} + 40\sqrt{c+1}$ ，則序組 $(a, b, c) =$ _____

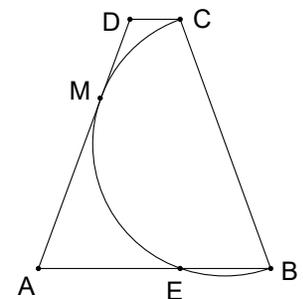
9. 若一數列滿足 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 40$ ， $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = 100$ ， $a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3 = 250$ ，且所有的 a_k 皆大於 0， $k = 1, 2, \dots, n$ ，則 $n =$ _____。

10. 如圖，正方形 $ABCD$ 的邊長是 8， $\overline{CG} = 6$ ，則長方形 $DEFG$ 的寬 $\overline{DE} =$ _____。



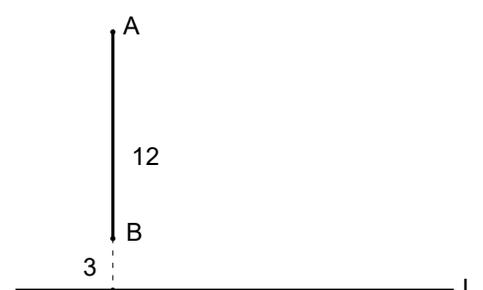
11. 自 $1, 2, 3, \dots, 19$ 個數中選出相異的 17 個數相加，使其和為 7 的倍數，則有 _____ 種選法滿足此條件。

12. 如圖(示意圖)， $ABCD$ 為一等腰梯形，底角 75° ， $\overline{AB} // \overline{CD}$ ，以 \overline{BC} 為直徑做圓，與 \overline{AD} 相切於 M 點，且與 \overline{AB} 交於 E 點。則 $\overline{BE} : \overline{AE} =$ _____。



13. 已知 p 為大於 4 之質數，且二次方程式 $x^2 - 2px + p^2 - 5p - 1 = 0$ 的兩根均為整數， $p =$ _____。

14. 一長度為 12 單位的線段 AB 垂直於地面 L 上方，且 B 點到 L 的距離為 3 單位。今在 L 上有一點 P ，使得 $\angle APB$ 最大。此時 P 點到直線 AB 的最短距離為 _____。



15. 將 1 到 400 按照下列規律排序：

	第 1 行 ↓	第 2 行 ↓							第 20 行 ↓	
第 1 列 →	1	2	3	4	17	18	19	20
第 2 列 →	76	77	78	79	92	93	94	21
	75	144	145	146	95	22
	74	143							96	23
	⋮	⋮							⋮	⋮
	⋮	⋮							⋮	⋮
	61	130							109	36
	60	129							110	37
	59	128	127	126	113	112	111	38
第 20 列 →	58	57	56	55	42	41	40	39

且 300 在第 m 橫列，第 n 直行的地方，則 $(m,n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

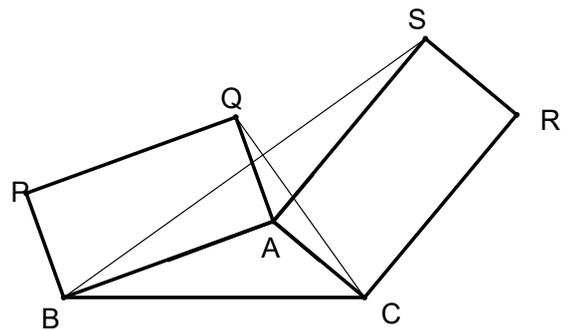
16. 設 k 是正整數，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 時， $\frac{k^2}{1.3225^k}$ 有最大值。

17. 有一正整數數列，每一項皆比前一項大，且從第三項開始皆滿足每一項為前兩項之和。已知此數列的第 7 項為 120，則此數列的第 10 項為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、計算證明題(兩題，共 15 分，過程請寫在答案卷上)

18. 如圖，四邊形 $ABPQ$ 與 $ACRS$ 都是矩形，且 $\overline{AB} = 2\overline{AQ}$ ， $\overline{AS} = 2\overline{AC}$ ，

求證： $\overline{BS} \perp \overline{CQ}$ (6 分)



19. (1) a, b, q, r 皆為正整數，且 $a = bq + r$ ，試證 a, b 的最大公因數與 b, r 的最大公因數相等。(6 分)

(2) 利用上述方法求 8137 與 21733 的最大公因數。(沒用上述方法者不予計分)(3 分)