

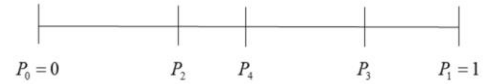
110 高雄女中(記憶版) 全為計算手寫題

1. 求行列式值
$$\begin{vmatrix} \sin 40^\circ & \sin 70^\circ & -\sin 90^\circ \\ -\sin 20^\circ & -\sin 90^\circ & \sin 70^\circ \\ -\sin 90^\circ & -\sin 20^\circ & \sin 40^\circ \end{vmatrix}$$

2. 試證明： $(a^2+3)(b^2+3)(c^2+3)(d^2+3) \geq 9(a+b)(b+c)(c+d)(d+a)$

3. 直線 L 通過 $O(0,0)$ 、 $P(a,b)$ ， $A(x,y)$ 在直線 L 上的投影點為 $A'(x',y')$ ，設 T 為點 A 投影到投影點 A' 的線性變換(投影矩陣)，求矩陣 T

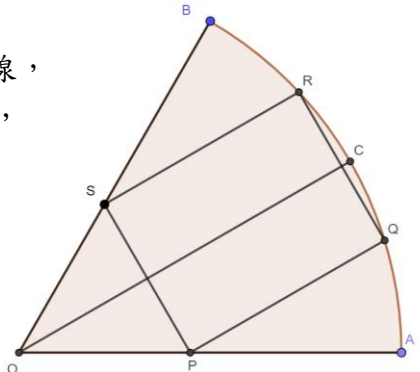
4. 設 $P_0=0, P_1=1$ ，且 $\overline{P_n P_{n+1}} = \frac{2}{3} \overline{P_{n-1} P_n}$ ($n \geq 1$)，若 P_n 的數線坐標為 x_n ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$



5. 過 $O(0,0)$ 對 $f(x) = x^3 + ax^2 + x + 1$ 可做三條相異切線，求最小整數 a

6. 半徑為 2 的半圓形裝滿水的碗，將碗傾斜 30° ，不計水之表面張力，則碗裡剩餘最多水量

7. (如圖)有一半徑為 6 的扇形， $\angle AOB = 60^\circ$ ， \overline{OC} 為 $\angle AOB$ 的角平分線，有一矩形 $PQRS$ 且 $\overline{PQ} \parallel \overline{RS} \parallel \overline{OC}$ ，將矩形的 \overline{PQ} 與 \overline{RS} 重疊形成圓柱，當側面積有最大值時(假設有上下底面)，求此時的圓柱體積



8. 三條直線，其中兩條斜率為 $\frac{4}{5}, \frac{-1}{4}$ ，且第三條斜率為 $\frac{1}{3}$ 的直線被另外兩條直線所截線段長為 90，求三條直線所圍成的三角形面積

9. 函數 $f(x) = x^4 - 20x^2 + 2x + 37$ ，在圖上找四點 $A(a, f(a)), B(b, f(b)), C(c, f(c)), D(d, f(d))$ ，能否四點共線且 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ ($a < b < c < d$)？若有，求四個點坐標

10. 甲乙兩隊各派 7 人對戰(上場次序已定)，若甲隊第一位輸，則甲隊派第二位，繼續和乙隊第一位對戰，直到全隊輸則對戰結束。求此對戰方式的有多少方法數

11. 0,1,2,... ...,8,9 共 10 個數字，從中選 3 個相異奇數 3 個相異偶數排成六位數，偶數不相鄰且奇數由小到大排列，則共有多少種方法

12. 令 a_n 為 \sqrt{n} 最接近的整數，求 $\sum_{n=1}^{2000} a_n$