

# 臺北市立建國高級中學 109 學年度第一次代理教師甄選數學科題目卷

## 一、填充題(每格 6 分，共 84 分)

1. 設正實數  $x, y$  滿足方程組  $\begin{cases} \log_3 x - y = 1 \\ x - 3^y = 2\sqrt{3} \end{cases}$ ，則數對  $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 設  $a, b, c, d$  為實數，已知矩陣  $\begin{bmatrix} a & b & 1 & 2 \\ c & d & 4 & 3 \end{bmatrix}$  經由列運算後得  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ ，則矩陣  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 已知等差數列  $\langle a_n \rangle$  首項為 16，公差為 7，則  $\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{80}} + \sqrt{a_{81}}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 已知建仔每天中午到熱食部只從紅燒牛肉麵、肉麻雙醬麵、貢丸麵、雞排飯、柳葉魚飯 5 種餐中選一種來點，若前一天中午點飯，則當天中午就從前一天中午沒點過的 4 種餐中隨機點一種；若前一天中午點麵，則當天中午就從雞排飯、柳葉魚飯這 2 種飯中隨機點一種。假設熱食部每天中午開門，供餐充足，沒有不能點的情形。若建仔於 7 月 6 日中午點了貢丸麵，則 4 天後(7 月 10 日)中午也是點貢丸麵的機率為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 在平面坐標上，已知  $A(-9, 0)$ 、 $B(0, -4)$ ， $P$  點為函數  $y = \frac{1}{x}$  圖形在第一象限上的動點，則  $\triangle ABP$  面積的最小值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
6. 設  $a, b$  為實數，多項式  $f(x)$  除以  $x^3 - 1$  的餘式為  $ax^2 - bx + 1$ ，除以  $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$  的餘式為  $-3ax^2 + bx + 5$ ，則數對  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 設數列  $\langle a_n \rangle$  前  $n$  項的和為  $S_n$ ，對任意正整數  $n$  皆滿足  $S_n, a_{n+1}, S_{n+1}$  成等差數列，且  $a_5 = 324$ ，則首項  $a_1$  的值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 從 1 個 0、2 個 1、3 個 2、4 個 3 共 10 個數字中任取 4 個數字出來排成千位數，則共有  $\underline{\hspace{2cm}}$  種不同的排法。
9. 方程式  $\log(3x^3 + 8x^2 + 5x + 1) = \log(2x + 3)$  的所有實根之乘積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. 空間中一直線  $L$  在  $xy$  平面之投影方程式為  $\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ，在平面  $x - y = 0$  上之投影方程式為  $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$ ，則直線  $L$  之方程式為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(請以對稱比例式表示)
11. 在平面坐標上，已知  $\triangle ABC$  其中兩個頂點分別為  $A(0, 0)$ 、 $B(-3, 9)$ ， $\angle C$  的內角平分線所在的直線方程式為  $L: 2x - y + 10 = 0$ ，則  $C$  點坐標為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
12. 某人在地面  $A$  點，測得山峰的仰角為  $\theta$ ，此人向山腳前進 110 公尺到達  $B$  點，測得山峰仰角為  $2\theta$ ，再向山腳前進 30 公尺到達  $C$  點，又測得山峰仰角為  $90^\circ - \theta$ ，則山高為  $\underline{\hspace{2cm}}$  公尺。
13. 某中心接到其正東、正西、正北方向三個觀測站的報告，正西、正北兩地觀測站同時聽到一聲巨響，正東觀測站聽到該巨響的時間比其他兩個觀測站晚 4 秒，已知各觀測站到該中心的距離都是 1360 公尺，聲音傳播速度為 340 公尺/秒，則巨響的位置到中心的距離為  $\underline{\hspace{2cm}}$  公尺。
14.  $\triangle ABC$  中，點  $D, E$  分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上，且  $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{DB} = 1$ ， $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{EC} = 4$ ， $\overline{BE}$  和  $\overline{CD}$  相交於  $P$  點，若  $\overline{AP} \perp \overline{BC}$ ，則  $\cos \angle BAC$  的值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

一、填充題(每格 6 分，共 84 分)

<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>	<b>5.</b>
$(3\sqrt{3}, \frac{1}{2})$	$\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 13 & -7 \end{bmatrix}$	$\frac{20}{7}$	$\frac{13}{64}$	24
<b>6.</b>	<b>7.</b>	<b>8.</b>	<b>9.</b>	<b>10.</b>
$(-1, 2)$	6	149	$-\frac{1}{3}$	$\frac{x+1}{8} = \frac{y}{4} = \frac{z-\frac{1}{4}}{9}$
<b>11.</b>	<b>12.</b>	<b>13.</b>	<b>14.</b>	
$(2, 14)$	$60\sqrt{2}$	$680\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	