

國立科學工業園區實驗高級中學 109 學年度第一次教師甄選試題卷

填充題：每題 6 分，共 10 題

1. 已知 987657 共有 12 個正因數，試求 987657 的最大質因數 = _____。
2. 「遞降數」是每位數字都比左邊數字小的正整數，如 75321。若將所有五位數中的遞降數由小到大排列，則第 109 個數是_____。
3. 已知方程式 $x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - x - 3 = 0$ 的五個根分別為 $a、b、c、d、e$ ，求 $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5$ 的值為_____。
4. 在 1781 年，日本藤田貞資於《精要算法》中提出所謂「蟲蝕算」這種填字遊戲。顧名思義，蟲蝕算遊戲就是將算式中打□被蟲損傷的地方，根據算術或代數推理手段恢復原來的數字使等式成立。下圖是一道稱為〈一個 8〉的蟲蝕算遊戲：

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 \times \quad 8 \square \\
 \hline
 \square \square \square \square \\
 \square \square \square \\
 \hline
 \square \square \square \square
 \end{array}$$

試問：這道遊戲的最後四個數字為_____。

5. 設 $f(x)$ 為二次多項式函數，且對所有的實數 x 恆有 $f(x-2) = f(-x-2)$ 。已知 $f(x)$ 的圖形在 y 軸上的截距為 1，在 x 軸上截得的線段長為 $2\sqrt{2}$ ，求 $f(x) =$ _____。
6. 設 $p = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{1}{2019^2} + \frac{1}{2020^2}}$ ，則與 p 最接近之正整數為_____。
7. 已知函數 $y = \log_2(kx^2) + x$ 的圖形與函數 $y = 2^{|x|} + x$ 的圖形交於 $A、B$ 兩點。若 $\overline{AB} = 8\sqrt{2}$ ，則 k 之值為_____。
8. 設 $x \geq 0$ ，當 $f(x) = \frac{7}{3}\sqrt{9+x^2} - \frac{2}{3}x$ 有最小值時，此時 x 的值為_____。

國立科學工業園區實驗高級中學 109 學年度第一次教師甄選試題卷

9. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 都為實係數二次多項式且最高項係數皆為 1，已知 $(f(x))^2$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $4x+1$ ，而 $(g(x))^2$ 除以 $f(x)$ 的餘式為 $5x+3$ ，求 $g(x)=$ _____。
10. 已知空間中有一個四面體的四個頂點分別為 $A(0, 0, 1)$, $B(2, 4, 0)$, $C(0, 0, 0)$, $D(4, 2, 0)$ ，平面 E 通過 A 點與 \overline{BD} 中點且與 \overline{BC} 有交點。若平面 E 將此四面體分成兩塊，其中一塊的體積為原四面體的 $\frac{1}{3}$ ，求 E 的方程式為_____。