

國立金門高級中學 108 學年度第 1 次教師甄選數學科試題卷(雙面)

一、填充題 (每題 5 分，共十題)

1. 已知 α, β 為 $x^2 - 6x + 1 = 0$ 的兩根， z, w 為 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 的兩根，則 $(z - \alpha)(z - \beta)(w + \alpha)(w + \beta) =$ _____。

2. 設方程式 $10^x + x - 101 = 0$ 的根為 x_1 ，方程式 $\log x + x - 101 = 0$ 的根為 x_2 ，則 $x_1 + x_2 =$ _____。

3. 投擲一公正銅板 6 次，試求「在投擲過程中，曾經連續出現兩次正面」的條件下，「恰出現兩次正面」的機率為_____。

4. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{CA} = 11$ ，且內切圓切 \overline{BC} 於 D ，求 \overline{AD} 的長度為_____。

5. 若 O 為平面坐標上的原點，且 $A(1, 0)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $C(4, 8)$ 、 $D(4, 0)$ ，則區域

$S = \{P \mid \overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}, 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ 與四邊形 $ABCD$ 重疊部分的面積為_____。

6. 設 P 為雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 之動點，且點 P 的 x 坐標大於 0，另有定點 $A(7, 5)$ 及

$F(5, 0)$ ，則 $\overline{AP} + \overline{PF}$ 的最小值為_____。

7. 在 $0 \leq x \leq 4\pi$ 範圍內，求方程式 $\sin x = \frac{-1}{3}$ 的解的總和為_____。

8. 已知多項式 $f(x)$ 滿足 $f''(x) = 6x - 4$ ，且 $y = f(x)$ 在 $x = 2$ 有極大值 9，則 $f(0) =$ _____。

9. 已知正方形 $ABCD$ 的兩頂點 A 、 B 在直線 $y = 2x - 22$ 上，另外兩頂點 C 、 D 在拋物線 $y = x^2$ 上，試求此正方形的面積為_____。

10. 設 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ，其中聯立方程式 $\begin{cases} ax + by = 5 \\ cx + dy = -3 \end{cases}$ 恰有一組解為 $(x, y) = (1, 2)$ ，試求聯立方程式

$\begin{cases} pu + qv = 1 \\ ru + sv = 2 \end{cases}$ 的解 $(u, v) =$ _____。

二、計算與證明題 (每題 10 分，共五題)

① 設 E 為空間一平面， P 為平面 E 外一點，如何找出 P 點在平面 E 上的投影點？(5%)並證明之(5%)。

② 將長方形 $ABCD$ 沿著對角線 AC 摺起，使 ABC 平面與 ADC 平面互相垂直，若 $\overline{AB} = a$ ， $\overline{BC} = b$ ，
試求 \overline{BD} 之長。

③ 已知 α ， β 為實係數二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的二實根，試證明： $\int_{\alpha}^{\beta} (ax^2 + bx + c)dx = \frac{a}{6}(\alpha - \beta)^3$ 。

④ 設平面 $E: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ 與原點的距離為 p ，其中 a, b, c 為三正數，若 $A(1, 2, 3)$ 在平面 E 上，則
當 p 有最大值時，此時(1)序組 $(a, b, c) = ?$ (2) p 的最大值為何？

⑤ 設 n 為正整數，試證： $(C_0^n)^2 + (C_1^n)^2 + (C_2^n)^2 + \cdots + (C_n^n)^2 = \frac{(2n)!}{(n!)^2}$ 。

國立金門高級中學 108 學年度第 1 次教師甄選數學科答案卷(雙面)

一、填充題 (每題 5 分, 共十題)

| | | | | |
|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | | | | |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| | | | | |

二、計算與證明題 (每題 1 0 分, 共五題)

①

②

3

4

5