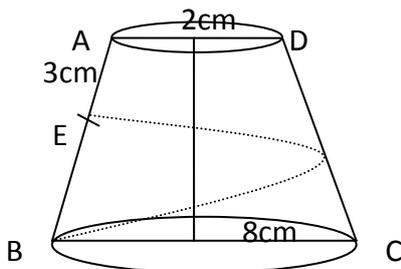


臺中市立清水高級中學 108 學年度第一次正式教師甄選

數學科 筆試命題試卷

第壹部分、填充題：(每題5分，共60分)

1. 某商人往返甲、乙、丙三個城鎮做生意，每天只待在其中一個城鎮，隔天便隨機前往另一個城鎮，且選擇前往某城鎮之機會均等。現已知此商人本週一在甲城鎮做生意，請問他下週一又回到甲城鎮做生意之機率為_____。
2. 已知 $p \cdot q \neq 1$ ，且 p, q 滿足 $6p^2 + 2019p - 14 = 0$ ， $14q^2 - 2019q - 6 = 0$ ，則 $\frac{p}{q}$ 之值為_____。
3. 已知 $0 \leq x \leq \pi$ 且函數 $y = 2\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - 2\sin x$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，求數對 $(M, m) =$ _____。
4. 將 $1, 2, 3, \dots, 9$ ，此 9 個正整數隨機填入 3×3 之棋盤形 9 宮格之中，每一格填一個數字，且每個數字只填一次。試求使每一行及每一列（不含對角線）之數字和皆為奇數之機率為_____。
5. 求值： $\int_{-1}^3 \left(\sqrt{16 - (x+1)^2} + 2 \right) dx =$ _____。
6. 如下圖，直圓錐台，上底之直徑為 2cm ，下底之直徑為 8cm ，高為 $6\sqrt{2}\text{cm}$ 。 \overline{AB} 與 \overline{CD} 為直圓錐台之二側邊， E 為 \overline{AB} 上一點， $\overline{AE} = 3\text{cm}$ 。由 B 經 \overline{CD} 到 E 之最短曲線長為_____。



7. 過(0,0)恰有三相異直線與 $y = x^3 + kx^2 + 1$ 相切，求 k 的範圍為_____。

8. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，等比數列 $\langle a_n \rangle$ 前三項 a_1 、 a_2 、 a_3 滿足

$a_1 + a_2 = 15$ 且 $\log_6 a_1 + \log_6 a_2 + \log_6 a_3 = 3$ ，則滿足 $a_n < \frac{1}{10000}$ 的最小正整數 n
=_____。

9. 設 x 、 y 、 z 均為正數，且
$$\begin{cases} \sqrt{x} = \sqrt{y - 1323} - \sqrt{z - 1323} \\ \sqrt{y} = \sqrt{x - 675} + \sqrt{z - 675} \\ \sqrt{z} = \sqrt{y - 3675} - \sqrt{x - 3675} \end{cases}$$
，求 $z =$ _____。

10. 已知 a 、 b 均為整數，若函數 $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{73}{3}$ ，在 $a \leq x \leq b$ 的範圍內
有最小值 $3a$ 、最大值 $3b$ ，試求 $(a, b) =$ _____。

11. 設 $f(n)$ 表示正整數 n 之各位數字中奇數之和，例如： $f(43) = 3$ 、 $f(529) = 5 + 9$ 。

試求 $\sum_{n=1}^{1000} f(n) = f(1) + f(2) + \dots + f(999) + f(1000) =$ _____。

12. 設有 5 筆數據如下表，且已知 Y 對 X 之回歸直線為 $Y = \frac{3}{5}X + \frac{11}{5}$ ，求數對 (a, b)
=_____。

X	1	2	5	3	4
Y	3	a	5	b	6