

答案卡上未正確劃記「班級、姓名、座號」一律扣 5 分!!

參考公式：

① 算術平均數： $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 、標準差： $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}$ 。

② 相關係數： $r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}}$ 。

③  $y$  對  $x$  的迴歸直線（最適直線）： $y - \mu_y = m(x - \mu_x)$ ，其中斜率  $m = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2}$ 。

一、單一選擇題：(每題 6 分)

1. 某校第二次段考，國文及格的比例為  $\frac{1}{3}$ ，英文及格的比例為  $\frac{1}{5}$ 。設  $p$  為國文、英文至少一科及格的比例，則  $p$  的範圍為下列哪個選項？ (1)  $p \geq \frac{1}{5}$  (2)  $p \leq \frac{1}{3}$  (3)  $\frac{1}{5} \leq p \leq \frac{1}{3}$  (4)  $\frac{1}{3} \leq p \leq \frac{8}{15}$  (5)  $\frac{1}{5} \leq p \leq \frac{8}{15}$ 。

2. 箱子中有 70 顆白球，30 顆紅球，每次取一球，取後不放回，每球被取到的機會均等。設  $p_1$  為已知前兩次皆取到白球的條件下，第四次取到紅球的機率； $p_2$  為已知前兩次皆取到白球的條件下，第五次取到紅球的機率； $p_3$  為已知前三次皆取到白球的條件下，第五次取到紅球的機率，則下列選項何者正確？

(1)  $p_1 = p_2 = p_3$  (2)  $p_1 = p_2 < p_3$  (3)  $p_1 = p_2 > p_3$  (4)  $p_1 > p_2 = p_3$  (5)  $p_1 < p_2 = p_3$ 。

3. 某班 15 位同學某次小考的數學平均為 50 分，標準差為 20 分。數學老師決定每位同學增加 20 分，但其中兩位同學的原始分數為 90 分及 100 分，調整後皆以 100 分計算，而其餘同學調整後都未超過 100 分，則調整後的標準差  $\sigma$  滿足下列哪個選項？ (1)  $15 < \sigma \leq 16$  (2)  $16 < \sigma \leq 17$  (3)  $17 < \sigma \leq 18$  (4)  $18 < \sigma \leq 19$  (5)  $19 < \sigma \leq 20$ 。

二、多重選擇題：(每題 8 分，答錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上得 0 分)

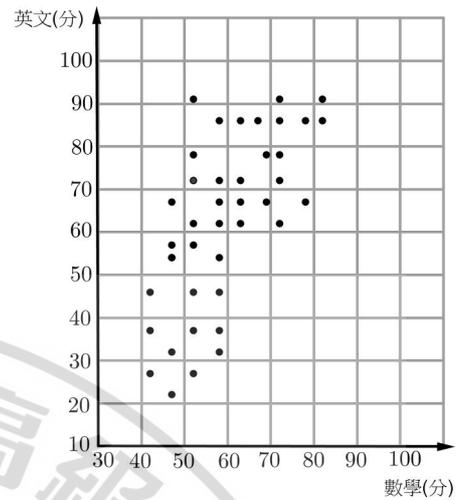
4. 高一甲班 40 人某次考試數學（橫軸）與英文（縱軸）成績之散佈圖如右，每個點代表一位學生的成績。

若及格標準為 60 分，請問下列哪些選項是正確的？

- (1) 每位英文不及格的同學，其數學也不及格。
- (2) 任意抽取一位同學，已知此同學數學不及格的條件下，

其英文不及格的機率為  $\frac{5}{8}$ 。

- (3) 兩科成績總和超過 140 分的同學恰好有 13 位。
- (4) 數學的標準差大於英文的標準差。
- (5) 數學的中位數大於英文的中位數。



5. 有一組二維數據  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。已知  $y$  對  $x$  的迴歸直線方程式為  $y = 2x + 1$ ，且  $x$  的標準差  $\sigma_x = 3$ 、 $y$  的標準差  $\sigma_y = 7$ 。另有一組二維數據  $(u_i, v_i)$ ，滿足  $u_i = \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x}$ ,  $v_i = \frac{y_i - \mu_y}{\sigma_y}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。下列選項哪些是正確的？

- (1)  $x$  與  $y$  的相關係數  $r_{xy} > 0.8$ 。
- (2) 若  $x_i > 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ，則  $\mu_x > \mu_y$ ，其中  $\mu_x$  為  $x$  的算術平均數； $\mu_y$  為  $y$  的算術平均數。
- (3) 若  $x_i > 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ，則  $\mu_u < \mu_v$ ，其中  $\mu_u$  為  $u$  的算術平均數； $\mu_v$  為  $v$  的算術平均數。
- (4)  $\sigma_u < \sigma_v$ ，其中  $\sigma_u$  為  $u$  的標準差； $\sigma_v$  為  $v$  的標準差。
- (5)  $V$  對  $U$  的迴歸直線方程式為  $v = \frac{6}{7}u$ 。

6. 有甲、乙兩箱，甲箱裝有 6 顆白球、4 顆黑球；乙箱裝有  $n$  顆球，顏色只有黑、白兩色。今任意選擇一箱後取出一球（甲、乙兩箱被選到的機會均等，同一箱中的球被選到的機會均等），已知取出的是白球的條件下，此球來自甲箱的機率為  $\frac{9}{19}$ ，試問  $n$  的值可能為何？ (1) 10 (2) 11 (3) 12 (4) 13 (5) 14。

7. 設  $A, B, C$  是同一個樣本空間的三個非空事件，已知  $A$  與  $B$  獨立、 $A$  與  $C$  獨立，且  $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$ （其中  $P(A)$  表示事件  $A$  的機率），試問下列選項哪些是正確的？

- (1)  $B$  與  $C$  獨立
- (2)  $A \cap B$  與  $C$  獨立
- (3)  $B \cap C$  與  $A$  獨立
- (4)  $C \cap A$  與  $B$  獨立
- (5)  $A \cup B$  與  $C$  獨立。

8. 設有三個二維數據  $(1, 1)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(4, 6)$ ，若再增加一個二維數據可使得四個數據的相關係數為 0，則此數據可能是下列哪一個選項？
- (1)  $(2, 34)$
  - (2)  $(3, -12)$
  - (3)  $(4, 5)$
  - (4)  $(5, 0)$
  - (5)  $(50, 98)$ 。

### 三、填充題：(每格 6 分)

A. 某公司共有 5 個工廠，各工廠的產量都一樣，且所生產的產品都放進同一個倉庫中。由過去的經驗知道，第  $k$  個工廠的產品不良率為  $\frac{2k-1}{50}$ ，其中  $k=1, 2, 3, 4, 5$ ，為了檢驗倉庫中這一批產品的品質，從倉庫中任意抽出一件，若

此件為不良品，則此不良品是來自第 3 個工廠的條件機率為  $\frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10}}$ 。(化為最簡分數)

B. 某公司連續三年營業額的成長率為 20%，80%，-20%，則此三年平均成長率為  $\frac{\textcircled{11}\textcircled{12}}{\textcircled{13}}$ %。

C. 甲、乙兩人一同參加擲骰子遊戲，比賽規則是由第三人投擲一顆公正骰子，若擲出 1 點或 4 點即為甲獲勝，其餘點數為乙獲勝，如此連續投擲骰子直到有一人累積 2 勝即為贏家，則甲為贏家的機率為  $\frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14}\textcircled{15}}$ 。(化為最簡分數)

D. 袋中有 6 顆紅球、4 顆白球，每次取一球，取後不放回，直到所有球都取完為止。試問第一球取到紅球且紅球先被取完的機率為  $\frac{\textcircled{16}}{\textcircled{17}\textcircled{18}}$ 。(化為最簡分數)

E. 擲一顆公正骰子四次，將所得點數依序填入  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四個方格，如右圖所示，

則「 $A < C$  或  $B < D$ 」的機率為  $\frac{\textcircled{19}\textcircled{20}}{\textcircled{21}\textcircled{22}\textcircled{23}}$ 。(化為最簡分數)

$A$	$B$
$C$	$D$

F. 設有 5 個二維數據，其統計資料如下： $\sum_{i=1}^5 x_i = 10$ ， $\sum_{i=1}^5 y_i = 400$ ， $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 30$ 。如果小小兵求  $y$  對  $x$  的迴歸直線方程

式時，不慎將斜率公式誤植為  $\frac{\sum_{i=1}^5 (x_i + \mu_x)(y_i + \mu_y)}{\sum_{i=1}^5 (x_i + \mu_x)^2}$ ，求得斜率為  $\frac{311}{9}$ ，其餘計算沒有錯誤，則正確的迴歸直線方程式

為  $y = \textcircled{24}\textcircled{25}x + \textcircled{26}\textcircled{27}$ 。(其中  $\mu_x$  為  $x$  的算術平均數； $\mu_y$  為  $y$  的算術平均數)

G. 從右圖的方格任選兩相異數字  $x$ 、 $y$ ，在  $|x - y| \geq 10$  的條件下，

兩個數字在同一直行的條件機率為  $\frac{\textcircled{28}}{\textcircled{29}\textcircled{30}}$ 。(化為最簡分數)

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

試題結束

國立臺中一中 104 學年度第二學期末考 高一數學 簡答

1	2	3	4	5	6
(4)	(2)	(1)	(1)(2)(3)	(1)(5)	(3)
7	8	A	B	C	D
(2)(4)	(1)(2)	$\frac{1}{5}$	20	$\frac{7}{27}$	$\frac{4}{15}$
E	F	G			
$\frac{95}{144}$	$y = -9x + 98$	$\frac{6}{35}$			

