

108 大理高中

1. p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 是質數， $p_1-p_2=p_2-p_3=p_3-p_4=p_4-p_5>0$

求 p_1 最小可能的值？

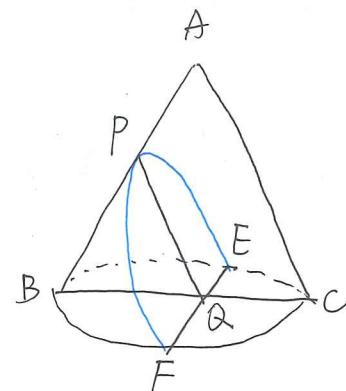
2. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是三個相異的非零向量， $|\vec{a}|=4, |\vec{b}|=6$ ， \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影長為 1，且 $(\vec{c}-\vec{a}) \cdot (\vec{c}-\vec{b})=0$ ，求 $|\vec{c}|$ 的最大值？

3. $A-BC$ 是一個圓錐， $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$ ， $\overline{AP}=12$

及點落在底圓直徑 \overline{BC} 上， $\cos \angle BAC = -\frac{1}{3}$

拋物線交底圓於 E, F ，且 $\overline{EF} \perp \overline{BC}$

求拋物線的正焦弦長？



4. 楪圓 $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{32} = 1$ ， F_1, F_2 為其焦點， \overline{AB} 為通過 F_1 的弦，

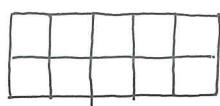
且 三角形 ABF_2 的面積為 32，求 $\overline{AB} = ?$

5. $f(x)$ 是 n 次多項式， $k=0, 1, 2, \dots, n$ 滿足 $f(k) = \frac{k}{k+1}$ ，求 $f(n+1) = ?$

6. 高一新生進來不會微積分(108 課綱)，你要如何引導他們

找到 $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 2x + 4$ 的對稱中心？(不用微分的方法)

7. (1) 如下圖，已知每一塊長方形磁磚可以用 \square 或 \square 覆蓋



求用 1×2 的磁磚鋪滿右圖的方法數？

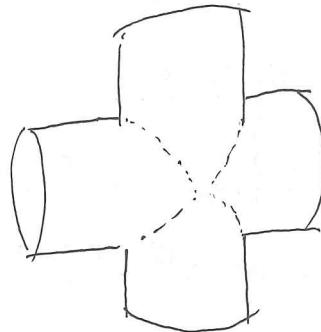
(\square , \square 皆為 1×2 的磁磚)

(2) 若用 1×2 的磁磚，鋪滿 $2 \times n$ 的方法數為 a_n ，

求 a_n 的遞迴關係式？

(3) 承上題，求 a_n 的一般式？

8. 兩圓柱相交的體積？(半徑為 r)



9. 坐標平面上， $B(0,0)$, $A(0,8)$, $C(10,0)$ ， P 點為 $\triangle ABC$ 內部一點，

求 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ 的最小值？

10. 有 6 顆球，編號是 ①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥ 在袋中，今從中取一球，

且此球號碼的因數或倍數都要一併取出（例如，若取到 ② 球，
則 ①, ②, ④, ⑥ 需同時取出）若一直進行下去，求最後一次
取到 ⑤ 球的機率？