

一、有一五位數，恰含有 0,1,2,3 四種數字的三個，叫做「好數」。例如：12059，32536，44333 均為好數，則五位數中共有幾個好數？

二、 $X \sim B(n, p)$ ，求 $E(X)$ 與 $Var(X)$

三、 z 為複數且 $f(z) = |z^3 - z + 2|$ ，則當 $|z|=1$ 時， $f(z)$ 的最大值為何？

四、有一凸四邊形 $ABCD$ ， \overline{AC} 與 \overline{BD} 的交點為 P ($\angle APB \neq 90^\circ$)，若 ΔPAB 的重心為 G_1 ， ΔPCD 的重心為 G_2 ； ΔPBC 的垂心為 H_1 ， ΔPDA 的垂心為 H_2 。試證： $\overline{G_1G_2} \perp \overline{H_1H_2}$

五、空間中兩點 $A(5, -2, 4)$ ， $B(9, -4, 8)$ ，平面 $E: 2x - 2y + z + 1 = 0$ 。若 P 為 E 上以 $O(-1, -1, -1)$ 為圓心， $r=2$ 的圓上之一動點，求 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 的最小值

六、若一方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & 7 \\ -2 & -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & a \\ 2 & 5 & b \\ 3 & 6 & c \end{bmatrix}$ ，則數對 (a, b, c) 為何？

七、敘述並證明微積分基本定理

八、試證三次實係數多項式的圖形必為點對稱圖形，並找出其對稱中心

九、已知函數 f 可微且 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ ，若 $f'(0) = 4$ ，求：

1. $f(x)$

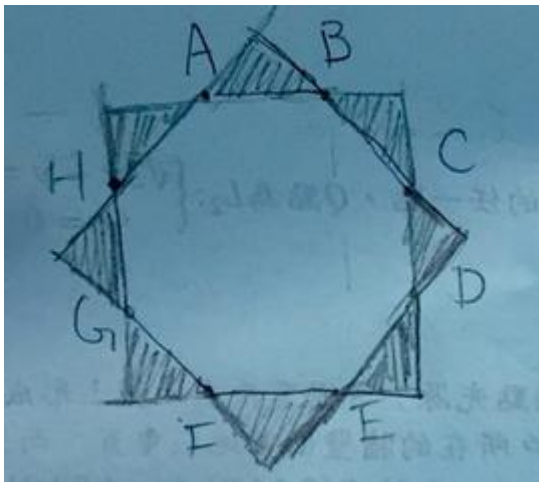
2. 若 $g(x)$ 為三次實係數多項式，在 $(0,0)$ 有極值且 $(1,4)$ 為反曲點，求 $g(x)$

3. 求 $f(x)$ 與 $g(x)$ 所圍成之區域面積

十：若 $P(x)$ 為實係數五次多項式，若 $(2x-1)^3$ 為 $P(x)+1$ 之因式， $(2x+1)^3$ 為 $P(x)-1$ 之因式，求 $P(x)$

11： $x \in N$ 且 $E(x)$ 為 x 的各位數字之和，求 $9[\log x] - E(x)$ 的最小值（其中 $[k]$ 為高斯函數）

12：平面上有一正八邊形 $ABCDEFGH$ ，已知 $A(10, 9+4\sqrt{2})$ 、 $E(18, 1-4\sqrt{2})$ ，延伸各邊另外形成八個小三角形的區域為 R ：(如下圖)



1. 若 $f(x, y) = 12x - 5y$ ， $x, y \in R$ ，求 $f(x, y)$ 的最小值與此時的 x, y 值
2. $f(x, y) = 12x - 5y$ ， $x, y \in R$ ，若 x, y 為整數，求 $f(x, y)$ 的最小值與此時的 x, y 值
3. $g(x, y) = x + \frac{81}{y}$ ， (x, y) 在 $\triangle BDG$ 內部，求 $g(x, y)$ 的最小值與此時的 x, y 值