

【填充題】

1.  $70 < m < 100$ ， $\sum_{k=1}^n [\sqrt{k}] = m$ ，求 $m$ 可能的個數
2.  $f(x) = x^4 - 12x^3 + 52x^2 - 95x + k$ ，有一直線 $L$ 與 $f(x)$ 相切於兩點，求直線 $L$ 之斜率
3. 有三數 $-a + 101 + \log_3^{2018}$ ， $2a - 202 + \log_5^{2018}$ ， $-4a + 404 + \log_{27}^{2018}$ 成等比數列，求公比
4. 1~30 取四個數字，滿足 2 奇 2 偶且皆不相鄰的方法數
5. 從 1~107 一次取五個數，假設最大的數為 $X$ ，求期望值 $E(X)$
6.  $\left|z + \frac{1}{z}\right| = 4$ ，求 $|z|$ 之最大值
7. (待補充)
8. (待補充)

【計算題】

1. (偵錯題) 已知  $\vec{a} = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{u} = (3, 2, 1)$ ,  $\vec{v} = (5, 4, 2)$ , 求  $\vec{a}$  在  $\vec{u} + t\vec{v}$  之正射影長

某生利用柯西不等式 *Cauchyineq*  $\vec{a} = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{u} + t\vec{v} = (5t + 3, 4t + 2, 2t + 1)$

$$[(5t + 3)^2 + (4t + 2)^2 + (2t + 1)^2][1^2 + 2^2 + 3^2] \geq [(5t + 3) + 2(4t + 2) + 3(2t + 1)]^2$$

$$\text{所求} = \frac{|\vec{a} \cdot (\vec{u} + t\vec{v})|}{|\vec{u} + t\vec{v}|} \leq \sqrt{14}$$

若有錯誤，請糾正其錯誤觀念，並提供正確作法

2. (偵錯題) 有四顆不同顏色的球要丟入三個不同箱子，恰一個箱子沒有球

$$\text{小綠: } 3^4 - 3C_1^4 C_1^3 C_2^2 - 3$$

$$\text{小藍: } 3 \times (C_3^4 C_1^1 + C_2^4 C_2^2 + C_1^4 C_3^3)$$

$$\text{小紅: } 3 \times (2^4 - 2)$$

$$\text{小黃: } C_3^4 C_1^1 3! + \frac{C_2^4 C_2^2}{2}$$

若有學生作答不正確，請利用上課教學內容糾正學生

若學生作答正確，請分享該生之想法讓其他同學欣賞

3.  $A(1, 0), B(3, 0)$ , 直線  $L: x + y = 5$ ,  $P$  點在直線  $L$ , 若  $\angle APB = \theta$  有最大值

求  $\sin\theta$  及  $P$  點之坐標

4.  $\triangle ABC$ ,  $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$ ,  $\overline{BC} = 2$ ,  $D, E$  為  $\overline{AB}$  與  $\overline{AC}$  之中點，將  $\triangle ADE$  沿著  $\overline{DE}$  線段往上折， $A$  點抬升至  $A'$ , 若  $\overline{A'E} \perp \overline{BD}$ , 求平面  $BCED$  與平面  $A'DE$  之兩面角

5. 實係數三次多項式  $f(x)$  有相異三實根，試證： $[f'(x)]^2 \geq f(x) \times f''(x)$