

數學一試題

一、填充題(80%，每題 5 分)

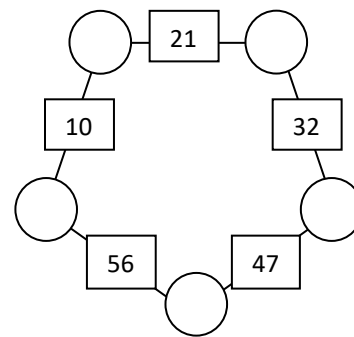
1. $A=201720172017\ldots2017$ (重複 2017 次)，則 A 除以 11 的餘數為_____。

2. 已知方程式 $x^2+2017^2x+2016\cdot2018=0$ 有兩個根 α 、 β ，且 $\alpha > \beta$ ，則 $\alpha =$ _____。

3. 計算 $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \cdots + \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{\sqrt{9900}} =$ _____。

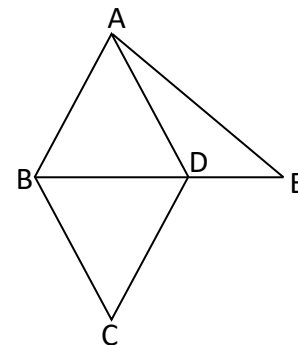
4. 設 x, y, z 為正整數且滿足方程式 $xy+1000z=2017$ 的解 (x, y, z) 共有_____組。

5. 在右圖五邊形中，每邊的數字和都是100，則最下方的數字為_____。



6. 已知函數 $f(x)=\begin{cases} f(f(x+7)), & x \leq 25 \\ x-6, & x > 25 \end{cases}$ ，求 $f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(25)=$ _____。

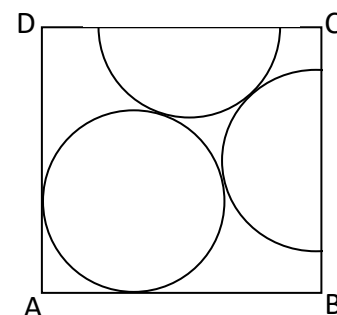
7. 右圖中，ABCD 為一菱形，其中 D 在 \overline{BE} 上，若 \overline{AE} 、 \overline{AB} 、 \overline{BD} 的長度均比 \overline{DE} 多 13、5、4，則 $\overline{DE} =$ _____。



8. 四個正整數之倒數和為 $\frac{19}{20}$ ，其中有三個數之比為 1：2：3，請問這四個正整數之和是_____。

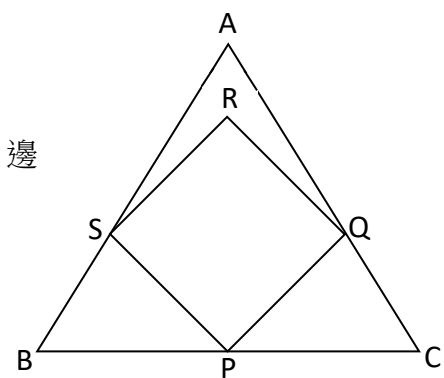
9. 設 n 為正整數，如果恰有一正整數 k 滿足不等式 $\frac{9}{17} < \frac{n}{n+k} < \frac{8}{15}$ ，試求滿足上述條件 n 的最大值為_____。

10. 在正方形 ABCD 中，一個圓和兩個半圓兩兩相切，它們的半徑都為 1 cm，且圓與正方形的兩邊也相切，如右圖所示。請問正方形 ABCD 的面積為_____。

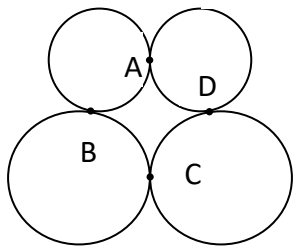


11. 設 m, n 為正整數且 $m > n$ ，已知 $m + n = 2468$ 這個式子的計算過程並無進位，求滿足此式之 (m, n) 序對共有_____種

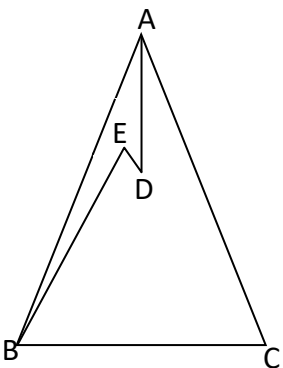
12. 正三角形 ABC 之邊長為 2 。點 P 為 \overline{BC} 邊上的中點，點 Q 與點 S 分別為 \overline{AC} 邊與 \overline{AB} 邊上的點， 使得 $PQRS$ 為正方形，如右圖所示，則此正方形的面積為_____。



13. 如圖所示，有四個圓相互切於四個點 A 、 B 、 C 、 D ，上兩圓半徑為 4 ，下兩圓半徑為 6 ，此四個切點會落在一個半徑為 r 的圓上，則 r =_____。

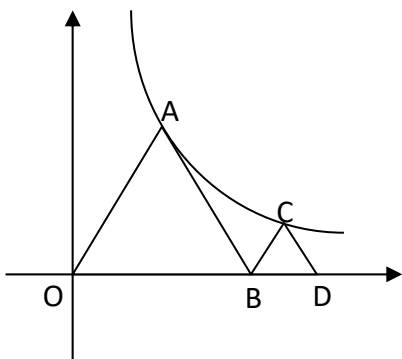


14. 如右圖所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 、 E 是 $\triangle ABC$ 內的兩點， \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ， $\angle BAC=40^\circ$ ， $\angle ABE=10^\circ$ ， $\angle ADE=30^\circ$ ， $\overline{BE}=21$ ， $\overline{DE}=3$ ，則 \overline{BC} =_____。



15. 直角三角形 ABC 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\overline{AC} = 30$ ， $\overline{BC} = 15$ ，若以點 C 為圓心， \overline{CB} 為半徑的圓交 \overline{AB} 於 D 點，則 \overline{AD} 長為_____。

16. 如右圖，點 A 、 C 在圖形 $y= \frac{3\sqrt{3}}{x}$ 上，點 B 、 D 在 x 軸上，使得 $\triangle OAB$ 、 $\triangle BCD$ 均為正三角形，試求 D 點座標為_____。



二、計算證明題(20%，每題10分)

1. 某銀行有金幣2000枚，欲分裝成 n 袋 ($n>2$)，使得每一袋內金幣的“枚數”正好形成連續的正整數。試問該如何分裝？請寫出一切可能的分裝法。

2. 如圖， $ABCD$ 為一正方形， $\angle 1=\angle 2$ ，試證 $\overline{BE} + \overline{FD} = \overline{AF}$ 。

