

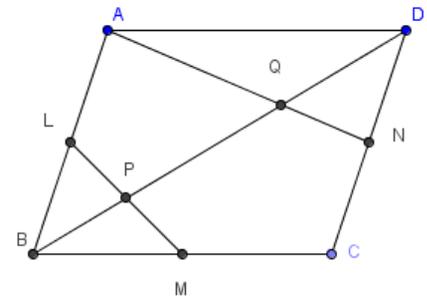
國立興大附中 104 學年度學術性向資賦優異學生鑑定複選

【數學實作評量】試題

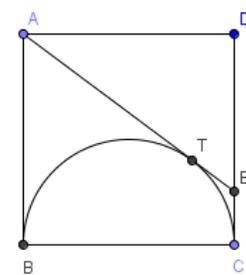
※ 請將計算過程、答案、或證明過程，依題號寫入答案卷的指定欄位，否則不予計分。

一、第 1 題 ~ 第 10 題為計算題：(每題 8 分。要寫出過程，否則不予計分)

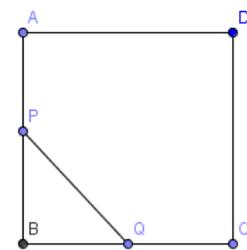
1. 如圖，平行四邊形  $ABCD$  中， $L$ 、 $M$ 、 $N$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$  之中點， $\overline{LM}$ 、 $\overline{AN}$  與  $\overline{BD}$  各交於  $P$ 、 $Q$ ，若  $\overline{BD} = 12$  公分，試求  $\overline{PQ}$  的長度是多少？



2. 右圖，正方形  $ABCD$  的邊長為 2，以  $\overline{BC}$  為直徑作一半圓， $\overline{AE}$  切圓於  $T$ ，求  $\Delta ADT$  的面積。

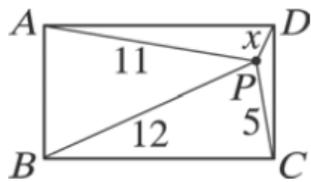


3. 如圖  $ABCD$ ，為每邊長 50 公分的正方形紙片，想剪去一  $\Delta PBQ$ ，使  $3\overline{AP} = 4\overline{BQ}$ ，求  $\Delta PBQ$  面積的最大值為多少？



4. 若三個邊長為 1 的正方形並排如右圖，連接  $\overline{AF}$ 、 $\overline{AE}$  分別交  $\overline{BG}$ 、 $\overline{CF}$  於  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  (如圖)。試求  $\overline{P_1P_2} + \overline{P_3F}$  的長度是多少？

5. 如圖，在一矩形內選一點  $P$ ，使得  $\overline{PA} = 11$ ， $\overline{PB} = 12$ ， $\overline{PC} = 5$ ，則  $\overline{PD}$  的長度是多少？



6. 設  $P_1, P_2, \dots, P_n$  是由質數組成的  $n$  項數列，已知  $P_1 \leq P_2 \leq \dots \leq P_n$ ，且這  $n$  個質數乘積等於其總和的 5 倍，試求此數列各項之值。

7. 設  $x$  為實數，將正數  $7x - 6$  小數點後第一位四捨五入，得整數  $4x + 1$ ，試求  $x$  之值。

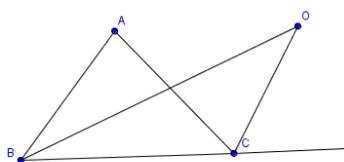
8. 給定正整數  $x, y$ ，則  $\frac{10}{x^2} - \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$  的解  $(x, y)$  為何？

9. 現有座號：1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 的學生與編號：1, 2, 3, ..., 30 的電燈開關，從 1 號學生開始，將每個編號為自己座號倍數的開關打開，2 號學生再將每個編號為自己座號倍數的開關關上，3 號學生再將每個編號為自己座號倍數的開關打開，依此類推，當 10 號學生做完後，總共有  $m$  個電燈開關被打開。試求  $m$  之值。

10. 若  $x^2 - x + a$  能整除  $x^3 + x + 90$ ，求整數  $a$  之值。

二、第 11 題 ~ 第 12 題為證明題：(每題 10 分。要寫出過程，否則不予計分)

11. 如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle B$  的角平分線與  $\angle C$  的外角平分線交於  $O$ ，求證： $\angle BOC = \frac{1}{2} \angle A$



12. 設  $n$  為正整數，證明： $n^4 + n^2 + 2n$  必為 4 之倍數。