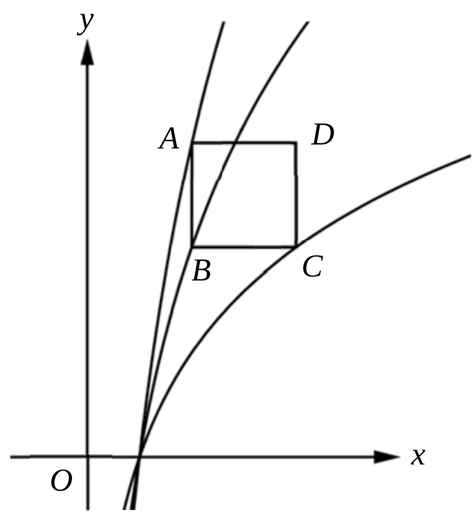
國立鳳山高級中學　106 學年度　第一次代理教師甄選　數學科試題

一、填充題：每題 5 分。　請寫下簡單的計算過程，若僅寫答案則不計分!

1．在分數$\frac{1}{567},\frac{2}{567},\frac{3}{567},\frac{4}{567},\ldots,\frac{567}{567}$中，將所有的最簡分數相加之總和為__________。

2．在ΔABC中，三邊長分別為a、b、c，已知$a^2-c^2=2b$，且$\sin A\cos C=3\cos A\sin C$，試求$b=$____________。



3．如圖，已知正方形$ABCD$的邊長為 2，$\overline{BC}$平行於x軸，頂點A，B和C分別在函數$y_1=3\log_a x$，$y_2=2\log_a x$和$y_2=\log_a x$的圖形上，其中$a>1$，則實數a的值為__________。

4．已知數列$\{a_n\}$的前項和為S_n，若$a_1=1$，$a_{2n}=n-a_n$，$a_{2n+1}=a_n+1$，則$S_{100}=$____________。

(請用數字作答)

5．在ΔABC中，$\angle B=60^{\circ},\overline{AC}=\sqrt{3}$，則$\overline{AB}+2\overline{BC}$的最大值為__________。

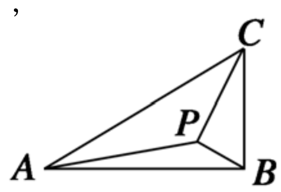
6．設a,b為正數且滿足$2+\log_2 a=3+\log_3 b=\log_6(a+b)$，則$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=$__________。

7．設空間中一點$A(1,-2,3)$與平面$E:ax+by+cz=0$ (其中a,b,c不同時為 0)的距離為d，則d的最大值為____________。

8．已知$f(x)=a\sin x-b\tan\frac{x}{2}+3$，$a,b\in R$且$ab\neq 0$，若$f(7)=10$，則$f(106\pi-7)$的值為__________。

9．設$x=0.1234567891011\cdots998999$，這個小數是從小數點後以 1 開始一直寫到 999 而得，試問x的小數點後第 2017 位的數字是________。

10．如圖，在ΔABC中，$\angle B=90^{\circ}$，$\overline{BC}=1$，P為ΔABC內一點，使得ΔPBC為直角三角形，若$\angle APB=150^{\circ},\angle PBA=\theta$，求$\tan\theta=$__________。



11．多項式$f(x)=(x^3-x+1)^{20}$除以$(x+1)^2$的餘式為____________。

12．如圖所示的"數陣"的特點是：每行每列都成等差數列，則數字 73 在數陣圖中出現的次數共__________次。

2	3	4	5	6	7	⋯
3	5	7	9	11	13	⋯
4	7	10	13	16	19	⋯
5	9	13	17	21	25	⋯
6	11	16	21	26	31	⋯
7	13	19	25	31	37	⋯
⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯

13．已知直線 $ax+by+1=0$ 與圓 $x^2+y^2=50$ 有交點，且交點為格子點(即點之橫 x、y 坐標均為整數)，則符合條件的直線共有________條。

14．數字 1，2，3，…，10 中，依由小到大的順序取出 a_1,a_2,a_3 且 $a_2-a_1\geq 2, a_3-a_2\geq 2$，則不同的取法有__________種。

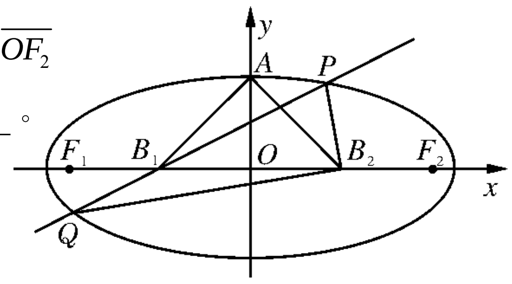
15．已知 $f(x)=x^3-3x$，過點 $A(1,m)$，$m\neq -2$，可作曲線 $y=f(x)$的三條切線，則實數 m 的範圍為____________。

16．袋中裝有 12 張大小相同的卡片，每張卡片正面分別標有 1 到 12 中的一個數字，正面數字為 n 的卡片反面標的數字為 $n^2-9n+22$，卡片的正反面用顏色區分，則同時取出兩張卡片，試求兩張卡片反面的數字相同的機率為____________。

17．若 a,b,c 為方程式 $f(x)=\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 1 \\ 2015 & x+2016 & 2017 \\ 2015^2 & 2016^2 & x+2017^2 \end{vmatrix}=0$ 的三個根，則 abc 之值為____________。

18．設 a,b 都是正整數，且 $a+b\sqrt{2}=\left(1+\sqrt{2}\right)^{100}$，則 ab 的個位數字為____________。

19．如圖，設橢圓的中心為原點 O，長軸在 x 軸上，短軸一頂點為 A，左、右焦點分別為 F_1,F_2，線段 $\overline{OF_1},\overline{OF_2}$ 的中點分別為 B_1,B_2，且 ΔAB_1B_2 是面積為 4 的直角三角形，求該橢圓的方程式為____________________。



20．已知雙曲線 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,(a>0,b>0)$ 右支上一點 P，滿足 $\overline{PF_1}=3$，貫軸長為 1，F_1,F_2 分別是雙曲線的左右焦點，M 為 y 軸上一點，則 $\overrightarrow{PM}\cdot\left(\overrightarrow{PF_1}-\overrightarrow{PF_2}\right)=$____________。