

准考證號碼：

--	--	--	--	--

國立新竹高商 106 學年度 第一次 數學科教師甄選 題目卷

說明：

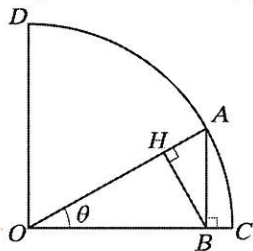
1. 請確認答案卷上准考證號碼、姓名；
2. 題目卷上（每頁）請寫上准考證號碼；
3. 答案一律寫在答案卷；
4. 交卷時，請交回【題目卷（請對折）】、【答案卷】、【計算紙】。

一、填充題（每題 5 分，共 90 分）

1. 若多項式 $x^4 + ax^2 + bx + c$ 可以被 $(x-1)^3$ 整除，則 $(a, b, c) =$ _____。

2. 方程式 $\frac{x}{3} = \cos \pi x$ 有 _____ 個實根。

3. 如下圖，扇形之半徑為 10， $\angle COD = 90^\circ$ ， A 為 CD 弧上動點，過 A 作 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ ，再過 B 作 $\overline{BH} \perp \overline{OA}$ ，設 $\angle AOC = \theta$ ，則如果 $\overline{AB} + \overline{BO} + \overline{BH}$ 有最大值，此最大值為 _____。



4. 已知 m 、 n 為正整數且 $m^2 < 7n^2$ ，求 $7n^2 - m^2$ 的最小值為 _____。

5. 求滿足 $21x + 22y + 27z = 50$ 、 $22x + 23y + 28z = 51$ 、 $23x + 24y + 25z = 52$ 的方程式解 $(x, y, z) =$ _____。

6. 請問滿足 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6^6}$ 的正整數解共有 _____ 組。

7. 在 $1, 2, 3, \dots, 2017$ 中取一組數，使任意兩數的和不能被其差整除，則最多能取 _____ 個數。

8. 計算極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sqrt{16n^2 - (4k)^2} =$ _____。

9. 設實數 a, b, c, d 滿足 $a^2 + b^2 = 4$ 和 $(c-5)^2 + (d-12)^2 = 36$ ，試求 $ad - bc$ 的最大值為 _____。

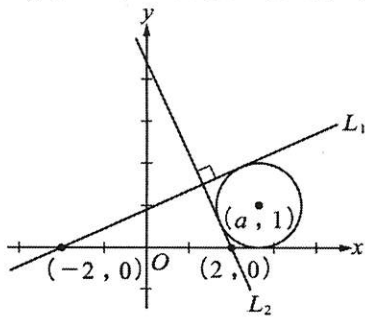
10. 今有 16 枝相同的筆要全部分給 A, B, C, D 四人，每人至少分得一枝，若僅考慮四人所獲得筆的數量，則共有 _____ 種分筆的方式使得 A 獲得的數量大於 B 獲得的數量。

准考證號碼：

11. 設 $0 < \theta < \pi$ ，若已知 $1, \sin \theta, \sqrt{3} \cos \theta$ 為方程式 $x^3 + ax + b = 0$ 之解，則數對 $(a, b) =$ _____。

12. 若直線 $y = x + m$ 和 $y = x + n$ 將圓 $x^2 + y^2 = 4$ 的圓周長分成長度相等的四段弧長，試求 $m^2 + n^2$ 的值為 _____。

13. 如下圖所示，圓 C 的圓心為 $(a, 1)$ ，且半徑為 1，作圓 C 的兩條切線 L_1, L_2 ，已知 $L_1 \perp L_2$ ，且 L_1, L_2 和 x 軸的交點分別為 $(-2, 0), (2, 0)$ ，求 a 的值為 _____。



14. 設 a, b, c 為正實數，且 $a + b + c = 1$ ，求 $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2}$ 之最小值為 _____。

15. 將四位數 1746 (原數) 左右倒過來寫得到 6471 (新數)，新數比原數大 4725。試問：滿足新數比原數大 4725 的所有四位數的原數有 _____ 個。

16. 對於每一正整數 n ， $f(n) + f(n+3) = n^2$ 恆成立，若 $f(93) = 93$ ，求 $f(30) =$ _____。

17. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，若 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 3$ ，且 $y = f(x)$ 無極值，求 a 值的範圍為 _____。

18. 已知 $2x + y + 2 = 0$ ，試求 $\log_2 \frac{y}{x^2}$ 的最大值為 _____。

二、計算題與問答 (每題 5 分，共 10 分)

- 求內接於拋物線 $y^2 = 4cx$ ($c > 0$) 的正三角形的中心所形成的軌跡方程式。
- 對於 106 年本校綜合高中一年級，每個數學教師要結合自己的專長開設一門選修課程。請老師提出你可以開設的選修課程名稱並扼要說明開課緣由、課程內容方向及學習目標。