

說明：請將答案寫在答案卷上，（第 1-4 題，每題 4 分；第 5-18 題，每題 6 分；共 100 分）。

1. 將 2013 顆糖果分給  $n$  個人，每個人至少分一顆糖果，且  $n$  個人分的數目均不相同，則  $n$  的最大值為 \_\_\_\_\_ 。

2. 設某等差數列前  $5n$  項的和比前  $2n$  項的和多 2013，則此等差數列前  $7n$  項的和為 \_\_\_\_\_ 。

3. 將正奇數 1、3、5、7、…，排成 5 行，按下列的格式排下去，則 2013 所在位置為第 \_\_\_\_\_ 行。

第 1 行	第 2 行	第 3 行	第 4 行	第 5 行
15	1	3	5	7
	13	11	9	
	17	19	21	23
31	29	27	25	39
	33	35	37	
	.....			

4. 將正整數  $N$  接寫在每一個正整數的右邊（例如：將 1 接寫在 85 的右邊得 851），如果得到的新數都能被  $N$  整除，那麼  $N$  稱為神奇數。則所有小於 2013 的正整數中，神奇數共有 \_\_\_\_\_ 個。

5. 在  $1^2$ 、 $2^2$ 、 $3^2$ 、…、 $2013^2$ 、 $2014^2$  這 2014 個數中，十位數字為奇數的數共有 \_\_\_\_\_ 個。

6. 若正整數  $n$  的所有正因數之乘積等於  $2^{36} \times 3^{60}$ ，則  $n$  之值為 \_\_\_\_\_ 。

7. 有一個六位數除以 100 的商數及餘數分別為  $q$ 、 $r$ ，則滿足  $q+r$  可被 11 整除的這種六位數共有 \_\_\_\_\_ 個。

8. 已知  $x = 3 + \sqrt{6}$ ，則  $3x^5 - 15x^4 - 6x^3 - 8x^2 + 2 =$  \_\_\_\_\_ 。

9. 設  $x^2 + x + 1 = 0$ ，則  $x^{2014} + \frac{1}{x^{2014}} =$  \_\_\_\_\_ 。

10. 方程式  $4x^2 + 2x - 1 = \sqrt{2x^2 + x}$  的解為  $x =$  \_\_\_\_\_ 。

11. 有甲乙丙丁戊共 5 人要完成某項工作。已知甲乙丙 3 人同時工作需 7.5 小時，甲丙戊 3 人同時工作需 5 小時，甲丙丁 3 人同時工作需 6 小時，乙丁戊 3 人同時工作需 5 小時；則 5 人同時工作需 \_\_\_\_\_ 小時。

12. 連續投擲一粒公正骰子三次，依序擲出  $a$  點、 $b$  點、 $c$  點，得聯立方程式  $\begin{cases} x+2y=3 \\ ax+by=c \end{cases}$ ，則此聯立方程式無解的機率為 \_\_\_\_\_ 。

13.三個半徑爲 2 的球彼此外切且放置在同一桌面上，一個半徑爲 1 的小球放在它們的上面；則小球的最高點至桌面的距離爲\_\_\_\_\_。

14.已知圓內接六邊形的邊長依序爲 2、2、3、3、2、3，則此六邊形面積爲\_\_\_\_\_。

15.已知  $\triangle ABC$  的面積爲  $3\sqrt{15}$ ，兩中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$  的長分別爲 3、6，則第三條中線長爲\_\_\_\_\_。

16.桌上長度分別爲 4、5、7、8 共四根竹籤，用此四根竹籤任意圍成一個四邊形，並分別以四個頂點爲圓心作圓，使每個圓與其鄰近的兩圓相外切，則此四個圓面積和的最小值爲\_\_\_\_\_。

17. $A, B$  兩點皆在拋物線  $y = x^2$  上， $A, B$  分別在第一、二象限， $C$  在第一象限且  $\overline{AC}$  平行  $y$  軸，已知  $\triangle ABC$  為正三角形，重心在  $y$  軸上，則  $C$  點坐標爲\_\_\_\_\_。

18.有大小兩圓，半徑分別爲 6 和 2，已知小圓的圓心  $A$  為大圓上一點， $\overline{BC}$  為大圓的弦且與小圓相切，若  $\overline{AB} = 8$ ，則  $\overline{AC}$  的長度爲\_\_\_\_\_。

[試題至此結束]