

# 臺中區國立高中 105 學年度\_學測\_第一次模擬考

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

一、單選題（佔 30 分）

- 將  $\frac{9}{13}$  化為小數時，設小數點後第  $n$  位的數字記為  $f(n)$ ，則下列哪一個數最大？  
(1)  $f(2016)$  (2)  $f(2017)$  (3)  $f(2018)$  (4)  $f(2019)$  (5)  $f(2020)$
- 對所有正整數  $n$ ，滿足  $f(n) = \begin{cases} \log_{32} n, & \log_{32} n \text{ 為有理數} \\ 0, & \log_{32} n \text{ 為無理數} \end{cases}$ ，則  $\sum_{n=1}^{2016} f(n) = ?$   
(1) 2016 (2) 10 (3) 11 (4)  $\frac{55}{32}$  (5)  $\frac{66}{5}$
- 甲、乙、丙、丁、戊五個人排成一列，甲和乙要排在一起，且甲旁邊不能排丙或丁，則有幾種排列方法？  
(1) 12 (2) 18 (3) 20 (4) 24 (5) 36
- 從 1, 2, 3, ..., 100 共一百個自然數中選出兩個相異的數，則此兩數之和大於 100 的機率為下列哪一個選項？  
(1)  $\frac{25}{99}$  (2)  $\frac{50}{99}$  (3)  $\frac{25}{100}$  (4)  $\frac{50}{100}$  (5)  $\frac{51}{100}$
- 在  $\triangle ABC$  中， $\tan A$ 、 $\tan B$  為  $x^2 + (-2a-1)x + 3a = 0$  之兩根，且  $\angle C = 45^\circ$ ，則  $a = ?$   
(1) -2 (2)  $-\frac{1}{5}$  (3) 0 (4)  $\frac{1}{5}$  (5) 2
- 坐標平面上，若  $A(-2, 4)$ ， $O$  為原點，且點  $P(a, b)$  滿足  $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OP}) \cdot (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OP}) = 72$ 。若  $k = a + b$ ，則  $k$  的最大值為下列哪一個選項？  
(1) 12 (2) 14 (3) 20 (4) 36 (5) 48

二、多選題（佔 35 分）

- 設實係數多項式  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，則下列哪些選項可能為不等式  $f(x) > 0$  之解？  
(1)  $-1 < x < 0$  或  $1 < x < 2$  (2)  $0 < x < 2$  但  $x \neq 1$  (3)  $x < 1$  或  $x > 2$   
(4)  $x < 1$  或  $x > 1$  (5) 所有的實數
- 已知兩函數  $f(x)$  與  $g(x)$  圖形互相對稱於直線  $x - y = 0$ ，若  $f(x) = \log_2(x+3)$ ， $x > -3$ 。試問下列哪些是正確的選項？  
(1)  $f(x) = 2016$  有實數解 (2)  $y = g(x)$  的圖形與  $y + 3 = 0$  可能有交點 (3)  $\log_5 g(7) = 3$   
(4)  $f(-2) \times f(0) \times f(2) \times \cdots \times f(2016) = 105$  (5)  $f(\log 9) + f(\log 81) > 2f(\log 27)$

9. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的每一項均為實數，公比為 $r$ ，且 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_9 = 1$ ， $a_{13} = \frac{1}{16}$ ，則下列哪些是正確的選項？

(1)  $a_3 \times a_7 = 1$  (2)  $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$  (3)  $a_4 > 1$  (4)  $a_{99} > a_{101}$  (5)  $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11} = \frac{63}{8}$

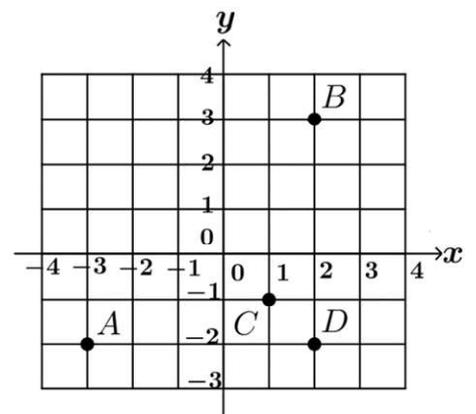
10. 有一組二維數據 $(x_i, y_i)$ ，其中 $y$ 對 $x$ 的迴歸直線方程式為 $y = \frac{3}{5}x + 12$ ，且平均數 $\mu_x = 60$ ，而 $y$ 對 $x$ 的相關係數為 $r_{(x,y)}$ 。今有另一組二維數據 $(s_i, t_i)$ ，其中 $s_i = -\frac{1}{3}x_i + 15$ ， $t_i = \frac{1}{4}y_i + 3$ ，若 $t$ 對 $s$ 的迴歸直線方程式為 $L: t = a + bs$ ，則下列哪些是正確的選項？

(1)  $r_{(x,y)} > 0$  (2)  $t$ 對 $s$ 的相關係數為 $-\frac{1}{12}r_{(x,y)}$  (3)  $L$ 通過 $(-5, 15)$   
 (4)  $a > 0$  (5)  $b = \frac{9}{20}$

11. 如圖(1)，直角坐標平面上， $A(-3, -2)$ ， $B(2, 3)$ ， $C(1, -1)$ ，

$D(2, -2)$ ，今從 $A$ 沿著格線走捷徑到 $B$ ，則下列哪些是正確的選項？

- (1) 走法共有 252 種  
 (2) 必經過 $C$ 的走法有 16 種  
 (3) 不經過 $C$ 也不經過 $D$ 的走法有 226 種  
 (4) 必經過第四象限的走法有 26 種  
 (5) 經過原點且在原點處要轉彎的走法有 100 種



圖(1)

12. 已知 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 在同一平面上，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $4\sin A - \sin B = 3$ 且 $4\cos A + \cos B = 2\sqrt{3}$ 。若 $\triangle ABC$ 外有一點 $D$ 滿足 $\overline{DA} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{DB} \perp \overline{BC}$ ，且 $\overline{CD} = 10$ ，則下列哪些是正確的選項？

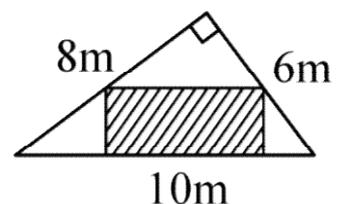
(1)  $\cos(A+B) = \frac{1}{2}$  (2)  $\angle C$ 為銳角 (3)  $\overline{AB} = 5\sqrt{2}$   
 (4)  $\triangle ABC$ 外接圓面積為 $25\pi$  (5)  $\overline{AD} \times \overline{BC} + \overline{AC} \times \overline{BD} = 50\sqrt{3}$

13. 設 $O$ 為原點， $A(6, 0)$ 、 $B(0, 8)$ ，圓 $C: x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 - a^2 = 0$  ( $a > 0$ )，若圓 $C$ 與 $\triangle OAB$ 有 4 個交點，則 $a$ 值可為下列哪些選項？

(1) 2.5 (2) 3 (3) 3.5 (4) 4 (5) 5

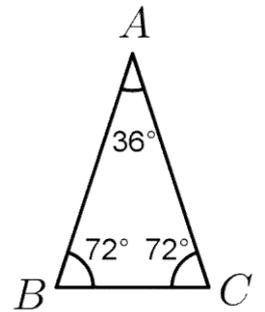
第貳部分：選填題（佔 35 分）

A. 如圖(2)，有一塊三邊長為 6、8、10 公尺的直角三角形形狀的空地，今欲在此空地中蓋房子，房子地基為矩形，且此房子地基的一邊是在三角形的斜邊上，則此地基的最大面積為\_\_\_\_\_平方公尺。



圖(2)

B. 如圖(3)， $\triangle ABC$  為一等腰三角形， $\overline{AC} = 1$ ， $\overline{BC} = 2k$ ，則  $4k^3 + 6k^2 + 9k + 11$  之值為\_\_\_\_\_。(註： $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ )



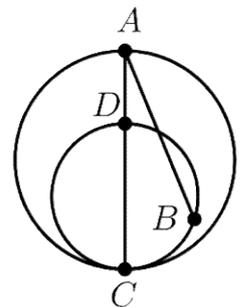
圖(3)

C. 已知  $2^{\log_x 81} = 3^{\log_y 16} = k$  且  $\log_3 x + \log_2 y = 1$ ，則  $k =$ \_\_\_\_\_。

D. 小玉、小花等 5 位轉學生，要分到 A、B、C 三個班級，每班最多 3 人，則小玉、小花被分配到不同班級的方法有\_\_\_\_\_種。

E. 設 A、B 為樣本空間 S 中的兩事件， $P(B) = \frac{1}{3}$ ， $P(A \cup B') = \frac{3}{4}$ ，且

$P(A|B') = P(A)$ ，則 A、B 至少有一事件發生的機率為\_\_\_\_\_。



圖(4)

F. 如圖(4)，有兩個圓內切於 C 點，大圓半徑為 3，小圓半徑為 2，A 點為大圓上一點，B、D 兩點均在小圓上，若  $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{AB} = 5$ ，則  $\overline{BD} =$ \_\_\_\_\_。

G. 已知邊長為 3 的正  $\triangle ABC$  中，P 為其內部一點，且  $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ ，則  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} =$ \_\_\_\_\_。

# 臺中區國立高中 105 學年度\_學測\_第一次模擬考 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

- |      |         |         |
|------|---------|---------|
| 1. 3 | 6. 2    | 11. 134 |
| 2. 3 | 7. 345  | 12. 145 |
| 3. 4 | 8. 13   | 13. 14  |
| 4. 2 | 9. 145  |         |
| 5. 5 | 10. 134 |         |

第貳部分：選填題（佔 35 分）

- |                   |                  |                          |
|-------------------|------------------|--------------------------|
| A. 12             | D. 150           | F. $\frac{\sqrt{42}}{2}$ |
| B. $10+2\sqrt{5}$ | E. $\frac{1}{2}$ | G. $\frac{-27}{16}$      |
| C. 1296           |                  |                          |

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，  
歡迎 email 至 [weiye@pure.pro](mailto:weiye@pure.pro) (瑋岳)提醒修改。感謝。