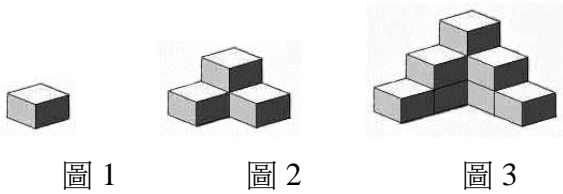


臺北市立松山家商 105 學年度第 1 次教師甄選初試

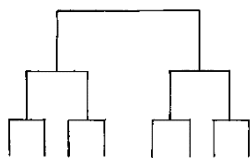
數學科 試題卷

第壹部分：填充題 (佔 64 分)：每題答對得 8 分。

1. 下圖 1 堆一層需 1 個積木，圖 2 堆兩層需 4 個積木，圖 3 堆三層需 9 個積木，若依此積木堆疊原則不變，則堆 100 層需要 _____ 個積木才能堆疊完成圖形。



2. 設小宏，小霖，小廷，小安，...等 8 人參加桌球賽，採單淘汰賽，如圖安排賽程，若第一輪比賽小宏和小霖對打，但小廷和小安不對打，則共有 _____ 種賽程排法。



3. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a, b, c ，且 a, b, c 為方程式 $x^3 - 14x^2 + 62x - 88 = 0$ 的三根，求 $\triangle ABC$ 的面積=_____。

4. 已知四邊形 $ABCD$ 內接於一圓，若 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CD} = 4$ ，試求 \overline{AD} 之值=_____。

5. 設 $A(2, 5)$ 、 $B(5, 1)$ 、 $C(3, 7)$ ， P 為 \overline{BC} 上一點。若 \overrightarrow{AP} 在 \overline{AB} 上之正射影為 $(\frac{6}{25}, -\frac{8}{25})$ ，則 P 之坐標為_____。

6. 在以 O 為原點的直角坐標平面上，區域 D 由不等式組 $\begin{cases} 4x - y \leq 7 \\ 3x - 4y + 11 \geq 0 \\ x + 3y \geq 5 \end{cases}$ 所決定，若 $M(x, y)$ 為 D 上的動點，點 A 的坐標為

$(4, 3)$ ，則 $z = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA}$ 的最大值為_____。

7. 設二次函數 $f(x) = ax^2 - 12x + (2 - a)$ ($a \neq 0$) 的圖形是恰經過四個象限開口向上的拋物線，則試求出整數 a 最小值時，此拋物線的焦點坐標為_____。

8. 設 x, y 非負整數， $x + 2y$ 是 5 的倍數， $x + y$ 是 3 的倍數，且 $2x + y \geq 99$ ，則 $7x + 5y$ 的最小值為_____。

第貳部份：計算證明題 (佔 36 分) 每題 12 分

1. 在某城市的一個郵局內，郵務士的每日分信量與日俱增，假設某一郵務士在擔任分信工作 t 日後，分信量 $Q(t)$ 是由函數 $Q(t) = a + b(\frac{5}{2})^{-0.5t}$ 所決定的 (其中 a, b 為常數)。若一新手剛開始工作時 ($t = 0$)，一天的分信量為 6000，工作 4 天後的分信量為 9360，若此新手工作 N 天後 (其中 N 為正整數)，分信量會超過 9500，則 N 最小為何？ ($\log 2 \approx 0.3010$)

2. 已知 x, y 滿足下列條件 $\begin{cases} x + y = 4 \\ (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) = 280 \end{cases}$ ，試求序對 (x, y) 的解。

3. 有一個正整數 n ，已知 n^2 可以表示為兩個連續正整數的立方差，且 $2n + 287$ 是一個正整數完全平方，求 n 的值。