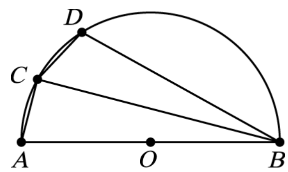
國立鳳山高級中學 105 學年度第 1 次專任教師甄選 數學 科試題

一、填充題(每格 5 分，共 80 分)

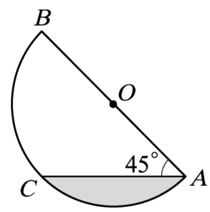
1. 設正ΔABC，A（0，0），B（b，11），C（c，37），則 bc 值爲__________。

2. 如下圖所示，$\overline{AB}=8$，以$\overline{AB}$爲直徑的半圓上有 C，D 兩點，且$\overline{AC}=2$，$\overline{BD}=7$，求$\overline{CD}$的長度=_______。



3. 在平面坐標系上，設 A（1，0），B（-1，0），以$\overline{AB}$爲直徑的單位圓，將其上半圓分成 180 等分，其分點爲（x_1，y_1），（x_2，y_2），……，（x_{179}，y_{179}），則$\sum_{n=1}^{179} x_n^2=$______________。

4. 如右圖，一個盛滿水的半球體容器，其半徑爲 6，若傾斜 45°後，試求容器溢出的水體積___________。



5. 求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\left(\frac{1}{2n}\right)^p+\left(\frac{2}{2n}\right)^p+\cdots\cdots+\left(\frac{2n}{2n}\right)^p}{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\right)^p+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{2n}\right)^p+\cdots\cdots+\left(\frac{1}{2}+\frac{n}{2n}\right)^p}$之值（$p>0$）______________。

6. 設a,b爲正實數，則$2a+b+\dfrac{2}{a}+\dfrac{18}{ab}$的最小值爲______________。

7. 螞蟻站在一正四面體的一頂點 A 上，若螞蟻到其他三頂點 B、C、D 的機率均爲$\dfrac{1}{3}$，且到其他頂點的時間都爲一分鐘，則六十分鐘後回到原頂點 A 的機率爲______________。

8. ΔABC中，$\overline{BC}=a,\overline{AC}=b,\overline{AB}=c$，若$a$、$b$、$c$成等差數列，則$\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{C}{2}=$______________。

9. 已知一拋物線與直線$x+3y=4$相切於$(4,0)$，與直線$5x+3y=-16$相切於$(4,-12)$，則此拋物線方程式爲___________。

10. 設a爲正實數，若恰有一個實數k使得方程式$x^2+(k^2+ak)x+k^2+ak+127=0$的兩個根均爲

質數，則$a=$__________。

11. 找出所有滿足下列條件的函數f：對於不為 0 或 1 的任意實數，都有
$f(x)+f(1-\frac{1}{x})=x+1+\frac{1}{x-1}$。答：________________

12. 已知(a,b,c)滿足方程組$\begin{cases} x^3-y^3-z^3=3xyz \\ x^2=2(y+z) \end{cases}$之正整數解，則$a+b+c$之值=_______ .

13. 已知$\omega=z+i$（$z\in C$），且$\frac{z-2}{z+2}$為純虛數，設$M=|\omega+1|^2+|\omega-1|^2$，則當$M$有最大值時，求$|\omega|$之值=_______ .

14. 在直角坐標系，橢圓：$\begin{cases} x=m+2\cos\theta \\ y=\sqrt{3}\sin\theta \end{cases}$與拋物線$\begin{cases} x=t^2+\frac{3}{2} \\ y=\sqrt{6}\cdot t \end{cases}$（m 為常數，$\theta$、t 為參數）有交點，若$m$的取值範圍為 $a\le m\le b$，則$a+b=$__________ .

15. 已知n為正偶數，求關於下列x不等式
$\log_2 x-4\log_{2^2} x+12\log_{2^3} x+\cdots+n(-2)^{n-1}\log_{(2^n)} x>\frac{1-(-2)^n}{3}\log_2(x^2-2)$ 的解為________ .

16.一個圓台(又稱截頂圓錐，正圓錐截出的圓台) ，其上底面半徑$\overline{O_1A}$為 1，下底面半徑$\overline{O_2B}$為 5，母線 AB 為 12，以母線 AB 中點 P 拉一條繩子，繞圓台側面旋轉到 B 點。求當繩子的長度最短時，上底面圓周上的點到繩子的最短距離為$\frac{a\sqrt{3}+b}{12}$，則$a+b$之值=_______ .

二、計算題(每題 10 分，共 20 分)

1.設$x^6+x^4+x^2+1=0$的解為α_1，α_2，……，α_6，並設此六個解在複數平面對應的點分別為P_1，P_2，……，P_6，$i=\sqrt{-1}$，求以下各式的值：

(1)（$2i+\alpha_1$）（$2i+\alpha_2$）……（$2i+\alpha_6$）。

(2) P_1，P_2，……，P_6所決定的凸六邊形面積。

2.設 $f(x)=\int_0^x (x-t)cos^3tdt$ ，$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2}$ ，求 $f(x)$ 的極值。

國立鳳山高級中學 105 學年度第 1 次專任教師甄選 數學 科試題答案

一、填充題

1	2	3	4	5
315	2	89	$90\sqrt{2}\ \pi$	$\dfrac{2^{p+1}}{2^{p+1}-1}$
6	**7**	**8**	**9**	**10**
11	$\dfrac{1+3^{-59}}{4}$	$\dfrac{1}{3}$	$x^2+2xy+y^2-4x+4y=0$	$2\sqrt{34}$
11	**12**	**13**	**14**	**15**
$x+\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2}$	4	3	3	$x>2$
16				
3				

二、計算題

第1題

（１）-51

（２）$\sqrt{2}+1$

第2題

$Ans: f(0)=0$ 爲極小值，$f(\pi)=\dfrac{14}{9}$ 爲極大值。