

國立彰化高級中學 105 學年度科學班甄選【數學科】試題

注意事項：

1. 本試卷共有兩頁，請將答案寫在答案卷上，並將試題卷、答案卷、計算紙交回。
2. 第 1~15 題，每題 6 分，第 16 題 2 個答案合計 10 分。
3. 答案需化至最簡型式，不得以 n^m 、 $n!$ 、 P_m^n 、 C_m^n 呈現。
4. 所有圖形僅作參考，不代表實際大小。

1. 計算 $\sqrt{2016^2 + 2016^2 \times 2017^2 + 2017^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 若一函數 $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$ 、 $f_1(x) = f(x)$ 、且對任意正整數 $n \geq 2$ 、 $f_n(x) = f(f_{n-1}(x))$ ，試求 $f_{911}(4) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

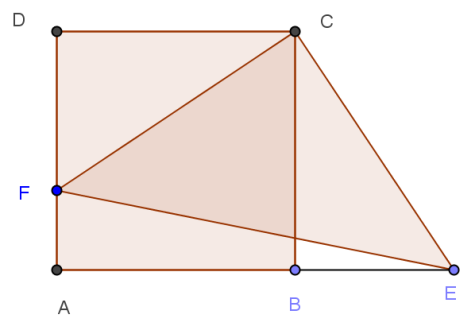
3. 試求 99^{2010} 除以 17 的餘數 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 計算 $\frac{11 \times 12 \times 13 \times \dots \times 20}{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 19}$ 之值 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 如果一個正整數左起二位數以後的每位數至少是其左邊前兩位數的和，則稱這個數為費氏數，試求最大的費氏數 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 根據中央氣象局發布的颱風消息，某颱風的中心目前在恆春西南方 200 公里的海面上，以時速 40 公里的速度沿著東北方前進，暴風半徑 220 公里，並且預估每小時暴風半徑會增加 10 公里，如果此颱風的行進速度和方向不變，則恆春從最初接觸暴風圈到最後離開暴風圈將會持續 $\underline{\hspace{2cm}}$ 小時。

7. 如右圖所示，正方形 ABCD 的面積為 256，直角三角形 CEF (其中 $\angle FCE = 90^\circ$) 的面積為 200，試求 \overline{BE} 的長度 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 因式分解： $(x+y+z)^3 - (y+z-x)^3 - (z+x-y)^3 - (x+y-z)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【背面尚有試題】

9. 在正七邊形的 7 個頂點任取相異兩點的相連直線中，總共有多少個不同的斜率_____。

(假設任兩點的連線皆非鉛直線)

10. 四邊形 ABCD 中， $\angle DAC = 98^\circ$ 、 $\angle DBC = 82^\circ$ 、 $\angle BCD = 70^\circ$ 且 $\overline{BC} = \overline{AD}$ ，試求 $\angle ACD$ _____。

11. 如右圖，由 1 開始順時針方向在格子上填上數字，數字 1 寫 1 次、數字 2 寫 2 次、數字 3 寫 3 次，以此類推。而有斜線經過的格子，表示填到此格時，剛好填滿一個正方形。若從斜線上的數字 3 開始，並沿著斜線往右下方的數字定為一數列，即 $\{3, 6, 8, 11, \dots\}$ ，試求此數列的第 60 項數字為何？_____。

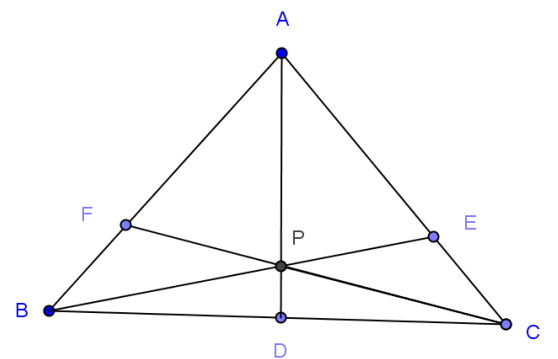
| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 11 | 11 |
| 10 | 7 | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 11 |
| 10 | 7 | 4 | 5 | 5 | 5 | 8 | 11 |
| 10 | 7 | 4 | 2 | 2 | 5 | 8 | 11 |
| 10 | 7 | 4 | 1 | 3 | 5 | 8 | 11 |
| 9 | 7 | 4 | 3 | 3 | 6 | 8 | 11 |
| 9 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 8 | 11 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 11 |
| ... | ... | ... | 12 | 12 | 12 | 11 | 11 |

12. 如右圖， $\triangle ABC$ 中，D、E、F 分別是 \overline{BC} 、 \overline{AC} 與 \overline{AB} 上的點，使得 \overline{AD} 、

\overline{BE} 與 \overline{CF} 交於一點 P，且將 $\triangle ABC$ 分割成 6 個小三角形，其中 4 個三角形

$\triangle CDP$ 、 $\triangle BDP$ 、 $\triangle BFP$ 、 $\triangle AEP$ 的面積分別是 30、40、56、70，

試求 $\triangle ABC$ 的面積_____。



13. 一梯形 ABCD 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{BC} = 14$ 、 $\overline{CD} = 12$ 、 $\overline{DA} = 8$ ，且在 \overline{AB} 與 \overline{CD} 邊上各取一點 E、F，使得 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ，且四邊形 AEFD 與 BCFE 的周長相等，求 \overline{AE} 的長度_____。

14. 小明在一個遊戲入口設定 4 個阿拉伯數字的密碼，只記得當初是由圓周率 3,1,4 三個數字選兩個相異數字重複出現兩次排列的，如：1133、1313、4334、...，因為該網站規定只要輸入兩次錯誤就無法進入瀏覽，必須重新登錄申請資格，請問小明嘗試輸入兩次相異數字後須重新申請資格的機率_____。

15. 甲乙兩區域由同一水庫供水，由於連日乾旱，各地區於本週 7 天中選擇 2 天停水，若單一區的停水不可相鄰且兩區的停水日必須不同，求停水的方式共有_____種。

16. 小明在一設有雙向高架的捷運旁的地面人行道上，以每小時 6 公里的速度沿著捷運步行，發現每隔 7 分鐘有一部紫線捷運從身後駛過，每隔 5 分 15 秒也有一部紫線捷運面向自己駛過。若捷運的速度全程保持等速，而且每隔一定的時間發出一部，試問捷運紫線的時速以及發車間隔的時間_____。(每個答案各 5 分)

【試題結束】

國立彰化高級中學 105 學年度科學班甄選【數學科】簡答

得分

1. 本試卷共有兩頁，請將答案寫在答案卷上，並將試題卷、答案卷、計算紙交回。
2. 第 1~15 題，每題 6 分，第 16 題 2 個答案合計 10 分。
3. 答案需化至最簡型式，不得以 n^m 、 $n!$ 、 P_m^n 、 C_m^n 呈現。
4. 所有圖形僅作參考，不代表實際大小。

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------|---|-----|---|
| 4066273 | $\frac{5}{3}$ | 8 | 1024 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 10112369 | 14 或 14.4 <small>(因題目未詳細說明颱風形成 時間地點,本答案 14.4 亦可)</small> | 12 | $24xyz$ |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 7 | 28^0 | 170 | 315 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |
| $\frac{26}{5}$ | $\frac{8}{9}$ | 110 | 捷運時速 <u>42</u> 公里 發車間隔時間 <u>6</u> 分鐘 |