

2015 年 ARML 美國地區數學聯賽台灣選拔賽

個人賽 (第一輪)

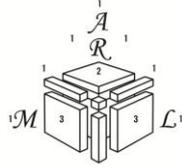
I-1. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， P 為內部一點，滿足 $\angle PAB = 16^\circ$ ， $\angle PBA = 14^\circ$ 。
已知 $\angle BAC = 64^\circ$ ，試求： $\angle APC$ 的大小。

I-2. 已知， $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{2015} < a_{2016}$ ，是滿足下列條件的 2016 個正整數，

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2016} = m \\ \sum_{k=1009}^{2016} a_k^2 - \sum_{k=1}^{1008} a_k^2 = 1008m \end{cases}$$

試求： m 除以 2016 的餘數。

(10 分鐘)



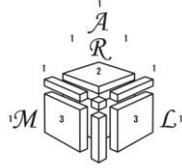
2015 年 ARML 美國地區數學聯賽台灣選拔賽 個人賽 (第二輪)

- I-3. 已知 x, y, z 均為非負有理數，且 $x^2y + y^2z + z^2x = 3xyz$ ，若下列算式之值為不超過 1000 的正整數，則 (x, y, z) 有若干組解？

$$\sqrt{\frac{2016}{x+y}} + \sqrt{\frac{2016}{y+z}} + \sqrt{\frac{2016}{z+x}}$$

- I-4. 將 $(\sqrt{2} + 1)^{2016}$ 以十進位表示，則小數點前一位數與後一位數相加是多少？

(10 分鐘)



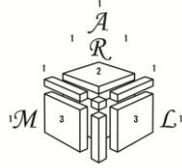
2015 年 ARML 美國地區數學聯賽台灣選拔賽 個人賽 (第三輪)

I-5. 試求下列算式之值。

$$\cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11}$$

I-6. 若 x, y, z 均為大於 1 的正整數，且滿足 $(x+1)^y - x^z = 1$ ，試求： $x^2 + y^2 + z^2$ 的最大值。

(10 分鐘)

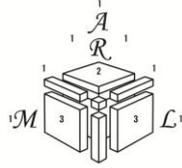


2015 年 ARML 美國地區數學聯賽台灣選拔賽

個人賽 (第四輪)

- I-7. 在半徑為 r 的圓中， P 是圓周上固定一點， AB 是該圓長度為 r 的弦之兩端點。令 G 為 $\triangle PAB$ 的重心，試求：當 AB 移動時 G 點所形成的軌跡內部區域面積與該圓面積的比例。
- I-8. 已知三次多項式 $x^3 + ax - 4032$ 的三根均為整數，試求： $|a|$ 之值。

(10 分鐘)



2015 年 ARML 美國地區數學聯賽台灣選拔賽 個人賽 (第五輪)

- I-9. 座標平面上 $\triangle ABC$ 三中線所在的直線方程式分別是 $x = y$, $-2x = y$,
 $x = 3y$ 。若 $\triangle ABC$ 的周長為 $7\sqrt{3} + 2\sqrt{89} + \sqrt{122}$, 試求： $\triangle ABC$ 之面積。
- I-10. 已知在三邊長均為正整數且均不等長的三角形中，最大邊長為 n 的三角形
一共有 4032 個，試求 n 值。

(10 分鐘)