

國立豐原高中 104 學年度第 1 次代理教師甄選數學科試題卷

※請將答案及詳細計算過程寫在答案卷上並註明題號，未列出計算過程不予計分

第 1~10 題每題 7 分，第 11~15 題每題 6 分

1. 某人在 O 點測量到遠處有一物作等速直線運動。開始時該物位置在 P 點，一分鐘後，其位置在 Q 點，且 $\angle POQ = 90^\circ$ 。再過一分鐘後，該物位置在 R 點，且 $\angle QOR = 30^\circ$ 。請以最簡分數表示 $\tan^2(\angle OPQ) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 設 ABC 為坐標平面上三角形，P 為平面上一點且 $\vec{AP} = \frac{1}{5}\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}$ ，則 $\frac{\triangle ABP \text{ 面積}}{\triangle ABC \text{ 面積}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 彩票公司每天開獎一次，從 1, 2, 3 三個號碼中隨機開出一個。開獎時，如果開出的號碼和前一天相同，就要重開，直到開出與前一天不同的號碼為止。如果在第一天開出的號碼是 3，則在第五天開出號碼同樣是 3 的機率是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(以最簡分數表示)
4. 設 $270^\circ < A < 360^\circ$ 且 $\sqrt{3}\sin A + \cos A = 2\sin 2004^\circ$ ，若 $A = m^\circ$ ，則 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 若有 θ 使下述方程組不只有唯一一組解，求 $\sin \theta + \cos \theta$ 的值。
$$\begin{cases} (1 + \cos \theta)x - y = 0 \\ -x + (1 + \sin \theta)y = 0 \end{cases}$$
6. 在坐標平面上，過 F(1, 0) 的直線交拋物線 $\Gamma: y^2 = 4x$ 於 P, Q 兩點，其中 P 在上半平面，且知 $2\overline{PF} = 3\overline{QF}$ ，則 P 點的 x 坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)
7. 平面上有一橢圓，已知其焦點為 (0, 0) 和 (4, 4)，且 $y = x + \sqrt{2}$ 為此橢圓的切線。試求此橢圓的半長軸長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 設實數 x 滿足 $0 < x < 1$ ，且 $\log_x 4 - \log_2 x = 1$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)
9. 設 \vec{u}, \vec{v} 為兩非零向量。以 $|\vec{u}|$ 表 \vec{u} 之長度，若 $|\vec{u}| = 2|\vec{v}| = |2\vec{u} + 3\vec{v}|$ ，且 θ 表 \vec{u} 與 \vec{v} 之夾角，則 $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)
10. 設 a, b 為正整數。若 $b^2 = 9a$ ，且 $a + 2b > 280$ ，則 a 的最小可能值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
11. 在坐標平面上，一個圓通過點 (-2, 7)，且與直線 $4x + 3y - 14 = 0$ 相切於點 (-1, 6)，試求此圓的方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
12. $f(x) = 27x^3 - 45x^2 + 42x - 4$ ，則 $f(0.333)$ 的近似值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(四捨五入至小數點後第三位)
13. 設 $x, y \in R$ ，若 x, y 滿足方程式 $x^2 - 4xy + 7y^2 - 2x + 16y + 13 = 0$ ，則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
14. 設 $a \in R$ 且 $36^x - 6^{x+1} + a = 0$ 之二根為正數，則 a 值的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
15. 一鈍角三角形之三邊長為連續三正整數時，則其面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。