

### 第 8 題

所成的數列要產生 0，有以下三種情形

$$(1) |a_2 - a_1| = 0 \text{ or } 1$$

$$|a_2 - a_1| = 0, \text{ 則 } a_4 = 0$$

$$|a_2 - a_1| = 1, \text{ 則 } a_4 = a_3, a_6 = 0$$

這樣的情形共有 280 種

$$(2) |a_3 - a_2| = 0 \text{ or } 1$$

$$|a_3 - a_2| = 0, \text{ 則 } a_5 = 0$$

$$|a_3 - a_2| = 1, \text{ 則 } a_5 = a_4, a_7 = 0$$

這樣的情形共有 280 種，扣掉與(1)重複的 80 種，計 200 種

$$(3) |a_2 - a_1| = 2 \text{ and } a_3 = 1$$

$$\text{則 } a_6 = a_5, a_8 = 0$$

這樣的情形共有 14 種

所求為  $280 + 200 + 14 = 494$  種

### 第 13 題

$1 \leq x < 4, 0 \leq y \leq x$ ，可切割成 3 個高和  $x$  軸平行，且高為 1 的梯形，這些梯形面積的兩倍分別是 3、5、7，是奇、奇、奇

$4 \leq x < 9, 0 \leq y \leq 2x$ ，可切割成 5 個高和  $x$  軸平行，且高為 1 的梯形，這些梯形面積的兩倍分別是 18、22、26、30、34，是偶、偶、偶、偶、偶

$9 \leq x < 16, 0 \leq y \leq 3x$ ，可切割成 7 個高和  $x$  軸平行，且高為 1 的梯形，這些梯形面積的兩倍分別是 57、63、69、75、81、87、93，是奇、奇、奇、奇、奇、奇、奇

$16 \leq x < 25, 0 \leq y \leq 4x$ ，可切割成 9 個高和  $x$  軸平行，且高為 1 的梯形，這些梯形面積的兩倍分別是偶、偶、偶、偶、偶、偶、偶、偶、偶

.....

上面的梯形面積的 2 倍，逐一累加的結果如下：

(奇、偶、奇)、(奇、奇、奇、奇、奇)、(偶、奇、偶、奇、偶、奇、偶)、(偶、偶、偶、偶、偶、偶、偶、偶)，.....

求使  $A(n)$  為整數之  $n$  的個數，相當於計算上面累加數列中有幾個偶數，小弟用 EXCEL 跑了一下是 483 個，至於手算就留給各位高手了

#### 第 14 題

設圓柱的中心為  $O$ ，其下底面的圓心為  $P$ ， $AB$  的中點為  $M$

作  $AB$  關於  $P$  的對稱邊  $CD$ (在下底面上)，作  $AB$  關於  $O$  的對稱邊  $EF$ (在上底面上)

$\angle APB=120^\circ$ ， $PA=6$ ， $PM=3$ ， $OP=4$ ， $OM=5$ ， $AB=6\sqrt{3}$

由  $AB$ 、 $CD$ 、曲線  $BC$ 、曲線  $AD$  所圍成之圖形的面積是  $12\pi + 18\sqrt{3}$

由  $AB$ 、 $EF$ 、曲線  $BE$ 、曲線  $AF$  所圍成之圖形，相當於把上面圖形橫向拉長  $\frac{5}{3}$  倍(縱向不變)，其面積為  $20\pi + 30\sqrt{3}$ ，所求=53