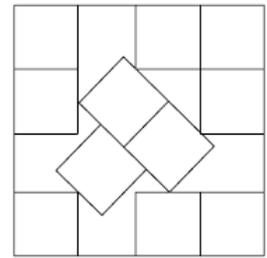


國立嘉義高中 104 學年度科學班科學能力檢定－數學成就測驗試題

① 填充題 (每題 5 分，共 100 分)

1 若方程式  $3|x-a|+b=7$  的解為  $x=8$  或  $x=2$ ，求  $a+b$  的值。

2 如圖(一)所示，有 11 個邊長是 2 公分的小正方形放置在一個大正方形內，試問大正方形的邊長為多少公分？



圖(一)

3 利用下表，求  $(1.362)^2 \times (1.453)^3$  的值。【算到小數點後第 3 位】

x	0.1341	0.1623	0.5000	0.7269	0.7551	0.8502	1	2	3
$10^x$	1.362	1.453	3.162	5.332	5.690	7.083	10	100	1000

4 大一在 2015 年 1 月 1 日早上打開他的「智障型」手機，螢幕顯示要重新輸入年月日，但大一以正確的格式輸入 20150101 多次都遭拒絕，原來這款手機從 2015 年之後的日期均不能設定。為了解決問題，他想到一個妙招，用之前的年月日 (20xy0101，其中 x、y 是阿拉伯數字) 輸入，使得其一月份的日期與 2015 年的一月份一模一樣，求  $x+y$  的值。

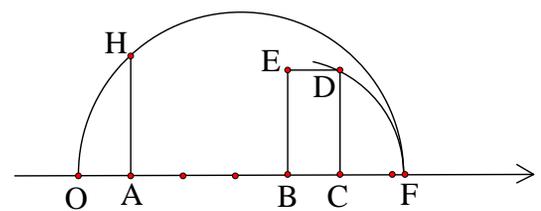
【兩個解】

5 已知食鹽水 100 公克中含食鹽 16 公克，今取出此食鹽水 25 公克放入空的甲杯中，之後再加入 25 公克的純水於甲杯，接著從甲杯取出食鹽水 25 公克放入空的乙杯中，同樣再加入 25 公克的純水於乙杯中。試問此時乙杯中有多少公克的食鹽？

6 以邊長為 2 的正六邊形之 6 個頂點中的 3 個做出的三角形共有 20 個，其中 a 個正三角形，b 個直角三角形，c 個非正三角形的等腰三角形，求序組(a,b,c)。

7 如圖(二)，已知 A(1)、B(4)、C(5) 為數線上三點，O 為原點，在長方形 BCDE 中， $\overline{BE} = 2\overline{BC}$ ，並依下列步驟作圖：

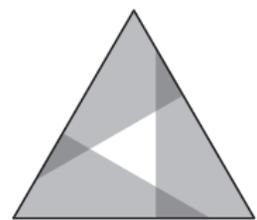
- (1) 以 B 點為圓心， $\overline{BD}$  長為半徑，畫弧交數線於 F 點；
- (2) 以 OF 為直徑作半圓；
- (3) 過 A 點作  $\overline{AH}$  垂直於數線，交半圓於 H 點。



圖(二)

若  $\overline{AH}$  的長可以寫成  $\frac{1}{2}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ ，其中 a、b 皆為正整數，求  $a+b$  的值。

8 如圖(三)，三個由有色玻璃做成的全等直角三角形，部分重疊放置於面積為 20 的正三角形內部，使得每個直角三角形各有一內角與正三角形的內角重合。若覆蓋兩次(深灰色)部分的總面積恰好等於沒有覆蓋(白色)部分的面積，求一個由有色玻璃做成之直角三角形的面積。



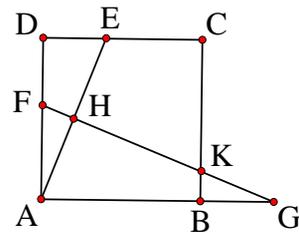
圖(三)

9 求 300 的所有正因數之倒數的總和。

10 設正整數  $a = \sqrt{\underbrace{11\dots\dots 1}_{80\text{個}} - \underbrace{22\dots\dots 2}_{40\text{個}}}$ ，求 a 的各位數字之總和。

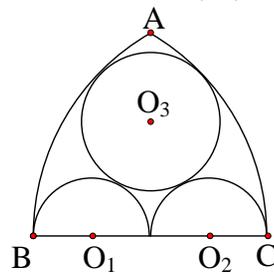
11 已知  $a_1, a_2, a_3, \dots$  為每一項都是正整數的等差數列，若  $a_1 = 10$  且第  $a_2$  項為 100，求第  $a_3$  項的值。

- 12 如圖(四)所示，正方形ABCD的邊長為1，E是 $\overline{CD}$ 上的一點， $\overline{AE}$ 的中垂線 $\overline{FG}$ 分別與 $\overline{AD}$ 、 $\overline{AE}$ 、 $\overline{BC}$ 交於F、H、K，並交 $\overline{AB}$ 的延長線於點G。已知 $2\overline{HK} = 9\overline{FH}$ ，求 $\overline{DE}$ 的長。



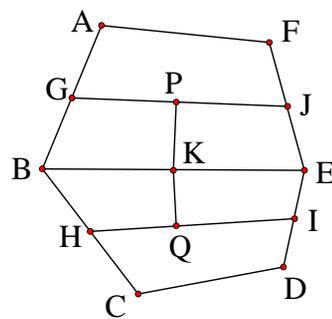
圖(四)

- 13 在歐洲哥德式建築的教堂裡，我們發現一個窗戶的造型如圖(五)所示，圖中 $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{AC}$ 分別是以C點與B點為圓心，以 $\overline{BC}$ 長20為半徑所畫出來的圓弧，半圓 $O_1$ 與半圓 $O_2$ 的半徑皆為5，又圓 $O_3$ 是一個同時和 $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{AC}$ 、半圓 $O_1$ 與半圓 $O_2$ 皆相切的圓，試求圓 $O_3$ 的半徑長。



圖(五)

- 14 如圖(六)所示，ABCDEF為凸六邊形，G、H、I、J、K分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{DE}$ 、 $\overline{EF}$ 、 $\overline{BE}$ 的中點， $\overline{KP} \perp \overline{GJ}$ ， $\overline{KQ} \perp \overline{HI}$ 。若 $\overline{KP} = 15$ ， $\overline{GJ} = 24$ ， $\overline{KQ} = 12$ ， $\overline{HI} = 20$ ，求六邊形ABCDEF的面積。



圖(六)

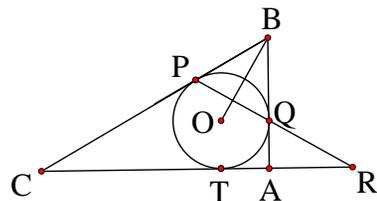
- 15 在坐標平面上，已知拋物線 $\Gamma: y = 4 - x^2$ 的頂點為A，且 $\Gamma$ 與x軸的正、負向分別交於B、C兩點。今在x軸上方有一直線L，L平行x軸且與 $\Gamma$ 交於D、E兩點，其中D點的橫坐標為正數。試求五邊形AECBD面積的最大值。

- 16 設四邊形ABCD內接於一圓， $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 的延長線交於圓外一點E， $\overline{BC}$ 與 $\overline{AD}$ 的延長線也交於圓外一點F，若 $\angle AED = 33^\circ$ ， $\angle AFB = 39^\circ$ ，求 $\angle BCD$ 的度數。 【四個解】

- 17 若實數x、y滿足 $\frac{x}{855} + \frac{y}{559} = 1$ ， $\frac{y}{341} + \frac{x}{637} = 1$ ，求x+y的值。

- 18 在某一次競賽中，共有37位參賽者，假設競賽結果每一位參賽者獲得的分數都是非負的整數。已知所有參賽者的總得分數為150分，且任意17位參賽者的得分總和至少45分，試問參賽者可能得到的最高分數是幾分？

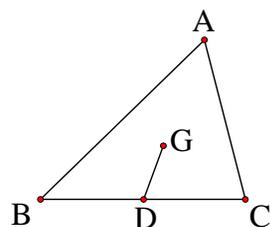
- 19 如圖(七)， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，圓O分別切 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 三邊於P、Q、T三點，R為直線PQ與直線AC的交點。設圓O的半徑長為2，且 $\angle OBP = 30^\circ$ ，試求 $\overline{PR}$ 的長。



圖(七)

- 20 如圖(八)，在銳角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 6\sqrt{3}$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，D是 $\overline{BC}$ 的中點，G為 $\triangle ABC$ 的重心。

若B、C為兩定點，試求當A點移動時， $\overline{GD}$ 長的最大可能範圍。



圖(八)