



希望杯

希望杯國際數學競賽

中二級比賽

【Xiwanbei】International Mathematics Contest

姓名：_____

准考編號：_____

本試卷共 20 題，全部均須作答。選擇題每題 5 分，填充題每題 5 分，全卷滿分 100 分。答案須寫在本卷題目的空欄內。考試時間 120 分鐘。

選擇題：以下每題的四個選項中僅有一個是正確的，請將表示正確答案選項的英文字母填寫在以下表格內（每題 5 分，共 40 分）。

題號	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

選擇題：

1. 以下何者最接近 π 的值？

- A. 3.14
- B. $\sqrt{10}$
- C. $\frac{355}{113}$
- D. $\frac{22}{7}$

2. 因式分解 $2x^2 + 11x + 12$

- A. $(2x + 3)(x + 4)$
- B. $(x + 1)(x + 12)$
- C. $2(x + 2)(x + 3)$
- D. $(2x - 3)(x - 4)$

3. 我們知道 $2^{10} = 1024$ ，在沒有計算機的情況下求 2^{2008} 的近似值。

- A. 4×10^{602}
- B. 4×10^{603}
- C. 4×10^{604}
- D. 4×10^{605}

4. 化簡數式 $\sqrt{4+\sqrt{6}} + \sqrt{4-\sqrt{6}}$

A. $\sqrt{8+2\sqrt{10}}$

B. $\sqrt{8-2\sqrt{10}}$

C. $\sqrt{10+2\sqrt{8}}$

D. $\sqrt{10-2\sqrt{8}}$

5. 如果 $a^2 = b, b^2 = c, c^2 = d, d^2 = e$ ，化簡 $a^b b^c c^d d^e$ 。

A. $a^{a^2+2a^4+4a^8+8a^{16}}$

B. $a^{2a^2+4a^4+8a^8+16a^{16}}$

C. $a^{2a^4+4a^8+8a^{16}+16a^{32}}$

D. $a^{a^4+4a^8+8a^{16}+16a^{32}}$

6. 已知有一函數 $f(x, y)$ 符合以下的特性：

I. $f(a, a) = 1$

II. $f(ay, b) = y \times f(a, b)$

求 $f(x^2 - 1, 1+x) + f(1-x, 1+x) - f(2, x) \times f(x, 1+x) \div f(-1, x)$ 。

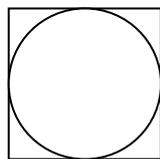
A. 1

B. x

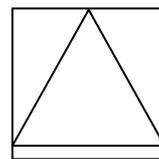
C. $x+1$

D. $x-1$

7. 市面上有很多不同的禮品包裝，如圖一所示，正方形的盒裝著圓形的罐，圖二所示為正方形的盒裝著一等邊三角形的罐。只考慮以下四種禮品盒設計方案，若三角形禮盒的邊長 = 圓形禮盒的直徑，問哪一個方案的罐面積最小？



圖一



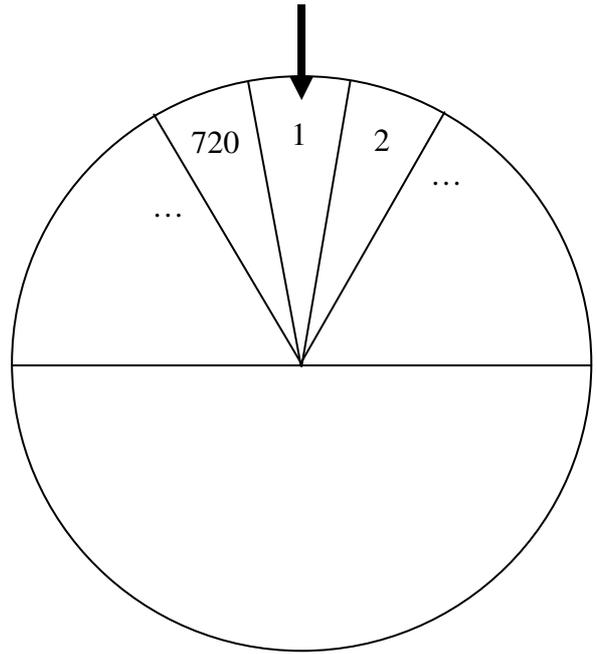
圖二

方案一	方案二	方案三	方案四

A. 方案一 B. 方案二 C. 方案三 D. 方案四

8. 有一個幸運輪盤，輪盤上有 720 個編碼由 1 至 720 按順時針排列，指針起始位於扇形 1 內，而幸運輪盤每次按反時針方向旋轉 367° 。幸運輪轉動了 2008 次後，指針指著哪一個扇形？

- A. 32
B. 33
C. 46
D. 47



填空题：

9. 現有數列 2, 4, 6, 8, 10, ..., 3002 和數列 2, 7, 12, 17, 22, ..., 3002，它們相同的數共有_____對。

10. 若 $x - \frac{1}{x} = 7$ ，則 $\frac{3x^2}{x^4 + 5x^2 + 1} =$ _____。

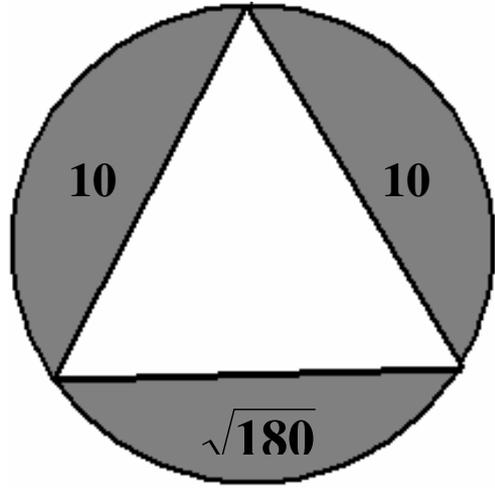
11. 在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 8$ ， BC 上的高為 6，則 $AC \cdot BC$ 的最大值為_____。

12. 已知 x 除 51，餘數為 2；除 83，餘數為 6；除 144，餘數為 4。那麼 x^{2008} 的個位數字是 _____。

13. 有足夠數量的紅、橙、黃、藍、綠五種顏色的小球若干個，每個人可以從中任意選擇三個，那麼需要多少人才能保證至少有 11 人選小球的結果是相同的？（例如一紅兩綠與兩綠一紅是相同的結果） _____。

14. 聯立方程 $\begin{cases} a^3 + b^2 = 17 \\ a^3 - b^2 = -1 \end{cases}$ 的解是 _____。

15. 下圖陰形部份的面積為 _____。



16. $x^2 - y^2 + 6x - 10y - 16$ 可以分解成 _____。

17. 已知 $A > B > C > D$ ，下式中四位數字 ABCD 的值是 _____。

$$\begin{array}{r} \\ \\ \hline \\ \end{array}$$

18. A,B 兩艘船在水平面上相距 1000m，有一熱氣球 P 在半空中，由 A 測得 P 的仰角是 60° ，由 B 測得 P 的仰角是 30° 。如果已知 A, B 及 P 在同一鉛垂面上，熱氣球 P 離水面的距離可以是 _____。

19. 以下的數式中， a, x, y 都是正整數， a 的值是 _____。

$$\begin{cases} x - ay = 2 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$$

20. 下圖是一個 3 乘 3 的幻方，其中三條橫線，三條直線及兩條對角線的三个數的總和都是相等的。

6	1	8
7	5	3
2	9	4

一個 3 乘 3 的方格，其中三條橫線，三條直線及兩條對角線的三个數的乘積是相等，我們把它稱之為同積幻方。在所有的 3 乘 3 同積幻方中，依上述之乘積方法，其最小值為 _____。(每一個格內的數不能相同，並且為正整數。)

【完】