

高雄市 103 學年度市立高級中等學校聯合教師甄選

數學科試題卷

【※答案一律寫在答案本上】

一. 計算題: 一律詳列過程; 1~5 每題 6 分, 6~15 每題 7 分

1. 設  $a < b$  為相異實數, 滿足  $\frac{a}{2b} + \frac{a+5b}{b+5a} = 2$ , 則  $\frac{a}{b} =$  \_\_\_\_\_

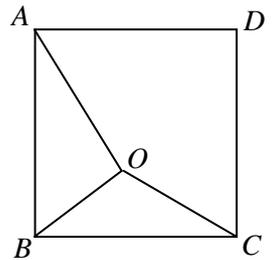
2. 解  $\begin{cases} x+y+z=4 \\ x^2+y^2+z^2=30 \\ x^3+y^3+z^3=118 \end{cases}$  : \_\_\_\_\_

3. 設  $f(x) = x^{81} + x^{49} + x^{25} + x^9 + x + 3$  除以  $x^3 - x$  的餘式為 \_\_\_\_\_

4. 某佛寺的籤筒中, 有籤若干支, 其中有  $\frac{2}{3}$  是紅色,  $\frac{1}{3}$  是金色, 而紅色籤中有  $\frac{1}{4}$  的籤是「大吉」, 金色籤中則有  $\frac{1}{3}$  的籤是「大吉」。今從籤筒中隨機地抽出一支籤, 發現是「大吉」, 則抽出的籤是金色籤的機率為 \_\_\_\_\_

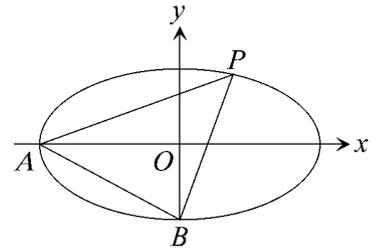
5. 如圖, 已知  $ABCD$  為正方形, 已知  $\overline{OA} = \sqrt{3}, \overline{OB} = 1, \overline{OC} = \sqrt{2}$ ,

試求正方形  $ABCD$  的面積為 \_\_\_\_\_



6. 如圖， $A, B$  為橢圓  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  之兩頂點，

其中  $a, b$  皆為正數。若  $P$  為第一象限的橢圓弧上之一點，則  $\triangle ABP$  最大的面積為 \_\_\_\_\_



7. 設  $P$  點是拋物線  $\Gamma: y^2 = 4x$  外之一點，已知過  $P$  點有二直線與  $\Gamma$  相切，其斜率分別為 2 與 -3，則斜率為 2 的切線方程式為 \_\_\_\_\_

高雄市103學年度

8. 試計算定積分  $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} + (1+x) dx$  的值為 \_\_\_\_\_

市立高級中等學校

9. 已知  $\log x = ax + b$  有三個實根，其比為 1:2:3，試求  $a, b$  之值 \_\_\_\_\_

聯合教師甄選公告用

10. 設  $x, y \in R$ ，求  $\frac{x+2y+3}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$  之最大值 \_\_\_\_\_

11. 設  $m < 0$ ，且直線  $y = mx + 1$  交拋物線  $y^2 = 4x$  之弦長為 8，求  $m$  之值 \_\_\_\_\_

12. 設  $x \in R$ ， $f(x) = \frac{3 - \sin x}{2 + \cos x}$ ，試求  $f(x)$  之最大值\_\_\_\_\_

13. 設  $\triangle ABC$  的三邊長為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，且  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為方程式  $x^3 - 3\sqrt{5}x^2 + 14x - 4\sqrt{5} = 0$  的三根，求  $\triangle ABC$  的內切圓半徑？\_\_\_\_\_

# 高雄市103學年度

14. 設  $F_1$ 、 $F_2$  為橢圓的兩焦點， $P$ 、 $Q$  為橢圓上兩點，且  $F_2$ 、 $F_1$ 、 $Q$  三點共線， $\overline{F_1Q} = 3$ ，

$\overline{F_2Q} = 7$ ，令  $\overline{PF_1} = r$ ， $\angle PF_1Q = \theta$ 。若  $r = \frac{x}{y + 2\cos\theta}$ ，試求數對  $(x, y) =$ \_\_\_\_\_

15. 設  $f(x)$  為一個三次多項式函數，且  $y = f(x)$  的圖形與直線  $y = \frac{32}{27}$  切於點  $\left(\frac{5}{3}, \frac{32}{27}\right)$ ，與  $x$  軸切於點  $(3, 0)$ ，試求圖形  $y = f(x)$  與  $x$  軸所圍成區域的面積\_\_\_\_\_