

國立臺南大學附屬高級中學 103 學年度第 1 次教師甄選
數學科題目卷

一、填充題：每題 5 分，全對才給分。

1. 有六位同學分一堆橘子，第一位同學將橘子平分成四堆，恰剩下一個，他吃掉剩下那一個，並帶走一堆。第二位同學將剩下的橘子又平分成四堆，也恰剩下一個，他也吃掉剩下那一個，並帶走一堆。如此下去，直到第六位同學來分橘子時，也能平分成四堆，恰剩下一個。請問，這堆橘子至少_____個。
2. 在底面半徑為 6 的圓柱內，有兩個半徑也為 6 的球面，其球心相距 20。若作一平面與這兩球面相切，且與圓柱體相交成一橢圓，則此橢圓的長軸為_____。
3. 某班有 10 位學生，投票表達其較喜歡英文老師或數學老師，每人一票且必須投給一位老師，不能兩位老師都選或都不選。開票時，逐一開票。假設，每位學生投給老師的機率均為 $1/2$ 。請問，在數學老師的總得票數為 6 票之條件下，數學老師的得票數在開票過程中，一路領先於英文老師的得票數之機率為_____？
4. 設行列式 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^{-2} \\ 1 & b & b^{-2} \\ 1 & c & c^{-2} \end{vmatrix} = (c-b)(c-a)(b-a) \cdot f(a,b,c)$ ，則 $f(a,b,c) =$ _____？
5. 設 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $N = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ，求 $(2I - N)^{103} =$ _____？
6. 試求 $\lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{k}{(k+3)^2} + \frac{k}{(k+6)^2} + \dots + \frac{k}{(k+3k)^2} \right) =$ _____。
7. 給定空間中一圓 $C = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 = 9, z = 0\}$ 與一點 $P = (4, 3, 2)$ ，試求 C 與 P 的最短距離。答：_____。
8. 令 2014^{2014} 除以 100 的商為 q ，餘數為 r ， $(\log 2014 \approx 3.3041)$ ，請問 q 是幾位數字？答：_____。
9. 求 $y = \frac{\cos x + 2 \sin x}{2 + \cos x}$ 的最大值與最小值。答：_____。