

103 年家齊女中教師甄試試題

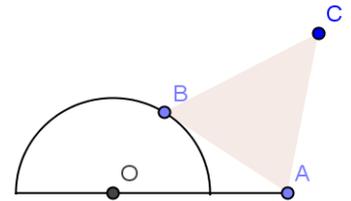
1.  $x^{512} + x^{256} + 1 = (x^2 + x + 1)(a_{510}x^{510} + \dots + a_1x + a_0)$ ，試問  $a_{510}, \dots, a_1, a_0$  中有幾個數字不為 0 有多少個。 341

2. 有一個方程式  $x^3 - 5x^2 + bx + c = 0$  三個為  $\alpha, \beta, \gamma$ ，求  $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4 = 144$  (係數不確定，但是我確定答案)

3.  $||x| - 2| - 1| + ||y| - 2| - 1| = 1$  求  $(x, y)$  圖形形成的周長  $64\sqrt{2}$

4. 三角形 ABC 為正三角形，A 為 x 軸上一固定點，B 點在半圓上移動，當 OC 最長的時候，此時 B 點的位置在何處？ 120 度

5.  $L: ab + by + c = 0$  斜率為正的相異直線有幾條？ 99  
a, b, c 由此集中取出相異三個數字  $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$



6. 正三角形 ABC 中，邊長為 a 且 D 在 AB 上，E 在 AC 上，DE 平分三角形 ABC 的周長，求 DE 的最小值為何？  $3a/4$

7. 邊長為 a 的正 n 邊形中內部一點 M，令  $d_1, d_2, \dots, d_n$  為 M 到各邊長的距離，  
證明  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \dots + \frac{1}{d_n} \geq \frac{2\pi}{a}$

8.  $\frac{\theta}{2}$  為 L 的有向角，求 P 對 L 之鏡射矩陣為  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

9.  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  (1) 求特徵多項式 (3) 求  $A^5 + \dots$

(2) 最小多項式 (4) 求特徵向量

10. 證明  $(1 + \frac{1}{n})^n$  收斂

11. 證明常態分布的積分值為 1  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$

12. 設 A 為一個特徵多項式，證明  $f(A) = O$  (線代的定理證明)