

$$a_{n+1} = 3a_n + 3^n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

$$a_2 = 3a_1 + 3^1(\sqrt{2} - \sqrt{1})$$

$$a_3 = 3a_2 + 3^2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$a_4 = 3a_3 + 3^3(\sqrt{4} - \sqrt{3})$$

可找出關係

$$a_3 = 3^2 a_1 + 3^2(\sqrt{3} - \sqrt{1})$$

其他類推

一項推一項

推到n

$$a_n = 3^{n-1} a_1 + 3^{n-1}(\sqrt{n} - \sqrt{1})$$

將 $a_1 = 1$ 帶入即可

$$\begin{aligned} a_n &= 3^{n-1} + 3^{n-1}(\sqrt{n} - \sqrt{1}) \\ &= 3^{n-1} \sqrt{n} \end{aligned}$$