

2012 年高雄中學第一次學測模擬考試題



1. 已知等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的公差為 d ， $d < 0$ ，且

$a_{1005}a_{1007} + a_{1005}a_{1009} + a_{1007}a_{1011} + a_{1009}a_{1011} = 0$ ，則滿足 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和 $S_n > 0$ 的自然數 n 的最大值為：_____。

- (1) 2014 (2) 2012 (3) 1009 (4) 1008 (5) 1007。

2. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和為 S_n ，且 $a_1 = 1$ ， $a_n \neq 0$ ，則滿足下列哪一個選項的數列 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列？_____。

- (1) $\forall n \in N$ ， $S_n = n^2$ (2) $\forall n \in N$ ， $S_n = n^2 + n - 1$ (3) $\forall n \in N$ ， $a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$
 (4) $\forall n \in N$ ， $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ (5) $\forall n \in N$ ， $S_n = a_{n+1}$ 。

3. 設 a 、 b 、 $c \in R$ ， $a > 1$ 、 $b > 1$ 、 $c > 0$ ， $c \neq 1$ ，若 $3(\log_a c + \log_b c) = 16 \log_{(ab)} c$ ，則 $\log_a b$ 之最大值為：_____。

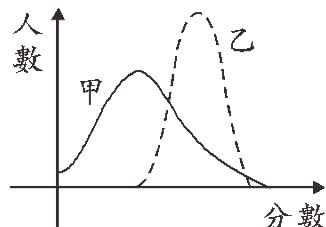
- (1) $\sqrt{3}$ (2) 2 (3) $\sqrt{6}$ (4) 3 (5) $\sqrt{10}$ 。

4. 設圓 O 的半徑為 1，且其內接四邊形 $ABCD$ 中， $\angle ACD = 90^\circ$ ， $\angle ADC = 73^\circ$ ， $\angle DAB = 43^\circ$ ，則 $\overline{AC} \times \overline{BD} + \overline{CD} \times \overline{AB}$ 之值為：_____。

- (1) 3 (2) $2\sqrt{3}$ (3) 6 (4) $4\sqrt{3}$ (5) 9。

5. 某年聯考甲乙兩科成績的直方圖如右（由於考生人數眾多，成績分布的直方圖可視為平滑曲線），則下列哪一個選項是正確的？_____。

- (1) 甲的算術平均數比乙的算術平均數大
 (2) 甲的中位數比乙的中位數大
 (3) 甲的眾數比乙的眾數大
 (4) 甲的全距比乙的全距小
 (5) 甲的標準差比乙的標準差大。



6. 設 $-3 \leq x \leq 2$ ， $f(x) = 3^{1-x} - 9^{-x} + 4$ ，則下列哪些選項是正確的？_____。

- (1) 當 $x = -1 + \log_3 2$ 時， $f(x)$ 有最大值 (2) 當 $x = \frac{3}{2}$ 時， $f(x)$ 有最大值 (3) $f(x)$ 之最大值為 $\frac{25}{4}$ (4) $f(x)$ 之最小值為 -644 (5) $f(x)$ 之最小值為 $\frac{350}{81}$ 。

7. 設 ΔABC 中， $\overline{BC} = a$ ， $\overline{AC} = b$ ， $\overline{AB} = c$ ，若 $b^2 - \sqrt{2}ab - a^2 = 0$ ，且 $\sin^2 B : \sin^2 C = 1 : 2$ ，則下列哪些選項是正確的？_____。

- (1) $b : c = 1 : 2$ (2) $a : b : c = \sqrt{2} : (\sqrt{3} + 1) : (\sqrt{6} + \sqrt{2})$ (3) ΔABC 之最小內角為 $\angle A$
 (4) ΔABC 之最大內角為 120° (5) ΔABC 之最大內角為 150° 。

8. 將編號1，2，3，……，12之卡片任意分成三疊，每疊4張，則下列哪些選項是正確的？

$$(1) 1, 2, 3 \text{ 號卡片分在同一疊的機率為 } \frac{C_1^9 C_4^8 C_4^4 \cdot 3}{C_4^{12} C_4^8 C_4^4}$$

$$(2) 1, 2, 3 \text{ 號卡片分在不同疊 (每疊中各有一張) 的機率為 } \frac{C_3^9 C_3^6 C_3^3 \cdot 6}{C_4^{12} C_4^8 C_4^4}$$

$$(3) 1, 2 \text{ 號卡片分在不同疊的機率為 } \frac{C_3^{10} C_3^7 C_4^4 \cdot 3}{C_4^{12} C_4^8 C_4^4}$$

$$(4) 1, 2, 3, 4, 5 \text{ 號卡片中，其中一疊含一張，另兩疊各含兩張的機率為 } \frac{C_1^5 C_2^4 C_2^2 C_3^7 C_2^4 C_2^2}{C_4^{12} C_4^8 C_4^4}$$

$$(5) 1, 2, 3, 4, 5, 6 \text{ 號卡片中，每疊各含兩張的機率為 } \frac{\left(C_2^6 C_2^4 C_2^2 \right)^2}{C_4^{12} C_4^8 C_4^4}.$$

9. 擲一公正骰子三次，設其出現的點數依次為 x 、 y 、 z ，則下列哪些選項是正確的？_____.

$$(1) x = y = z \text{ 的機率為 } \frac{1}{36} \quad (2) x > y > z \text{ 的機率為 } \frac{5}{54} \quad (3) x \geq y \geq z \text{ 的機率為 } \frac{7}{27}$$

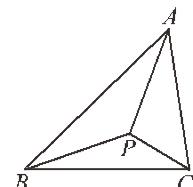
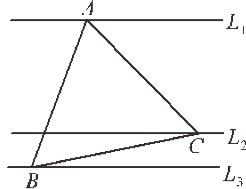
$$(4) (x - y)(y - z)(z - x) \neq 0 \text{ 的機率為 } \frac{5}{9} \quad (5) x + y + z = 8 \text{ 的機率為 } \frac{7}{72}$$

10. 設某校高三共有800位學生，其第一次段考的物理成績為 X ，數學成績為 Y ，這兩科的平均成績分別為 $\mu_X = 56$ ， $\mu_Y = 65$ ，標準差分別為 $\sigma_X = 7$ ， $\sigma_Y = 5$ ，且 X 與 Y 的相關係數為0.02，則下列哪些選項是正確的？_____.

(1) X 與 Y 為高度正相關 (2) 這兩科的成績適合用直線 $X = a + bY$ 表示 X 與 Y 的相關情形
 (3) 根據已知條件，可預測當 $X = 70$ 時， $Y = 68$ (4) $X + 5$ 與 $Y + 5$ 的相關係數仍為0.02

$$(5) \text{若 } X' = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}, Y' = \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y}, \text{ 則 } X' \text{ 與 } Y' \text{ 的相關係數仍為 } 0.02.$$

11. 級數 $\frac{3}{1^2} + \frac{5}{1^2 + 2^2} + \frac{7}{1^2 + 2^2 + 3^2} + \dots + \frac{99}{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 49^2}$ 之和（化為最簡分數）為 _____。
12. 滿足不等式 $\log_{0.5} (x^2 - 14x + 33) > -7$ 的整數 x 共有 _____ 個。
13. 小雄計畫儲蓄，預定五年內每個月月初存 1000 元，依據目前銀行存款之月利率為 0.4%，每月複利計息，則五年期滿時，小雄可領得本利和 _____ 元（四捨五入取近似值至整數位）。
14. 甲乙丙丁戊己庚辛等八人任意排成一列，其中甲乙丙排在丁戊之左方的排法共有 _____ 種。
15. 設 $n \in N$ ， $(1+x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$ ，若 $a_3 : a_{n-5} = 5 : 3$ ，則 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ 之算術平均數為 _____。
16. 從六雙大小、款式、顏色均相異的鞋子中任意取出四隻，假設每隻鞋被取出的機會均等，則這四隻鞋子恰成一雙的機率為 _____。（化為最簡分數）
17. 假設統一發票號碼的末位數字為 0, 1, 2, ..., 9 的機會相等，瑜壽到便利商店購物，恰好拿到四張發票，則這四張發票號碼的末位數字中至少有一張為 0 且至少有一張為 9 的機率為 _____。（化為最簡分數）
18. 投擲一公正骰子三次，在前兩次點數和等於第三次出現之點數的條件下，三次點數至少出現一個 2 點的機率為 _____。（化為最簡分數）
19. 如圖，正三角形 ABC 之三頂點分別在兩兩互相平行的直線 L_1, L_2, L_3 上，若 L_1 與 L_2 的距離為 4， L_2 與 L_3 的距離為 1，則 ΔABC 的面積為 _____。
20. 如圖， ΔABC 中， $\overline{BC} = 5$ ，其面積為 $\frac{5\sqrt{14}}{2}$ ，
 P 為 ΔABC 內一點，且 $\angle PAB = \angle PBA = \angle PCB = \alpha$ ，
 則 $\cos 4\alpha$ 之值為 _____。（化為最簡分數）



RA164(2012 年高雄中學第一次學測模擬考試題)

- 1.(1) 2.(3) 3.(4) 4.(2) 5.(5) 6.(1)(3)(4) 7.(2)(3) 8.(1)(2)(5) 9.(1)(2)(3)(4)(5) 10.(4)(5)
11. $\frac{147}{25}$ 12. 14 13. 66440 14. 4032 15. 16 16. $\frac{16}{33}$ 17. $\frac{487}{5000}$ 18. $\frac{8}{15}$ 19. $7\sqrt{3}$ 20. $\frac{-3}{25}$