第壹部分：選擇題(占 65 分)

一、單選題(占 30 分)

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知遞迴數列 $<a_n>$ 的首項 $a_1=3$，且 $a_n=(a_{n-1})^2-3a_{n-1}+2$，試問此數列第六項 a_6 爲何？

   (1) 3

   (2) 2

   (3) 0

   (4) -2

   (5) -3

2. 滿足不等式 $\log(x-4)<1$ 的正整數 x 共有幾個？

   (1) 9 個

   (2) 10 個

   (3) 11 個

   (4) 12 個

   (5) 13 個

3. 薰衣草園裡有一漏水的水龍頭，每分鐘均以固定漏水量外流。七月一日下午兩點園主發現漏水後，立刻以兩公升水瓶承接，在半小時期間恰裝滿三次瓶子；若將漏水總量(y 公升)表達成當天時間(下午 x 時)的函數 $y=mx+b$，則 m 值爲何？

   (1) 1.5

   (2) 2

   (3) 6

   (4) 7.5

   (5) 12

4. 「字母」大樂透是從「A~Z」26 個英文字母當中，選出 5 個不同的字母作爲投注，今小婷分別請託小甲、小乙、小丙提供一組幸運字母作爲投注參考，提供結果如下，小婷發現小甲、小乙、小丙的字母皆不同，不知如何選擇，最後小婷決定從這 3 組字母當中選 5 個作投注，但爲尊重小甲、小乙、小丙，每組至少選到一個字母，問小婷共有多少投注方法？

小甲	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
小乙	*R*	*U*	*H*	*O*	*Z*
小丙	*I*	*T*	*F*	*L*	*Y*

(1) 1375
(2) 1750
(3) 2250
(4) 4500
(5) 8250

5. 將編號 1 號至 10 號大小一樣的十個球排成一列，其中奇數號球的編號由小至大排列次序不變(但不一定相鄰)的機率爲何？
(1) $\frac{1}{42}$
(2) $\frac{1}{120}$
(3) $\frac{1}{126}$
(4) $\frac{1}{252}$
(5) $\frac{1}{4050}$

6. 已知 m、k 爲正整數，且 $2+\cfrac{1}{k+\cfrac{1}{m+\cfrac{1}{5}}}=\frac{803}{371}$，則 m、k 的乘積 mk 爲何？

(1) 72
(2) 80
(3) 84
(4) 90
(5) 96

二、多選題(占 35 分)

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 請問下列選項何者正確？

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100} k^2 = \sum_{k=11}^{110} (k-10)^2$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} nt = (1+2+\cdots\cdots+n)t$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{6} (2k+7) = \sum_{k=3}^{8} (25-2k)$

(4) $\displaystyle\underbrace{15+15+\cdots\cdots+15}_{(n\text{個}15)} = \sum_{k=1}^{5} nk$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k(k-1) = \sum_{k=1}^{n} k \times \sum_{k=1}^{n} (k-1)$

8. 下列各式何者正確？

(1) $\log_1 1 = 0$

(2) $\log(-3)^2 = 2\cdot\log 3$

(3) $\log_7(7^{10}+7^{13}) = 23$

(4) $\log_{\sqrt{2}}\sqrt{3} = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$

(5) $\dfrac{\log 7}{\log 3} = \log_3 7$

9. 已知 $f(x)$ 為一實係數多項式，且 $f(1)=f(5)>f(2)=f(4)$。若 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)(x-4)(x-5)$ 的餘式為 $r(x)$，則下列何者可能是 $r(x)$？

(1) 5

(2) $-x+2.5$

(3) x^2-6x+6

(4) $-x^2+6x+8$

(5) $(x-3)^4+6$

10. 下列敘述何者正確？

(1) $y=2^{x-2012}$ 與 $y=x^2$ 的圖形恰有 2 交點

(2) $y=2^{x-2012}$ 與 $y=x$ 的圖形恰有 2 交點

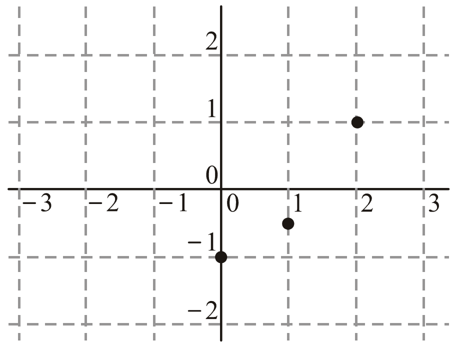
(3) $y=\log_{1.2}x$ 與 $y=\log_2 x$ 的圖形恰有 1 交點

(4) $y=\log_{1.2}x$ 與 $y=x$ 的圖形有交點

(5) $y=\log_2 x$ 與 $y=x$ 的圖形有交點

11. $f(x)$ 為實係數六次多項式，今秋吉欲描繪 $y=f(x)$ 的圖形，她已描了三個點，如圖(1)，且已知方程式 $f(x)=0$ 沒有重根，則下列關於方程式實根的敘述何者正確？

x	0	1	2
$y=f(x)$	-1	-0.5	1



圖(1)

(1) 方程式 $f(x)=0$ 可能無實根

(2) 方程式 $f(x)=0$ 可能恰有一實根

(3) 方程式 $f(x)=0$ 可能恰有二實根

(4) 方程式 $f(x)=0$ 可能恰有三實根

(5) 方程式 $f(x)=0$ 可能恰有四實根

12. 有十個數值資料由小而大順序如下：3、3、5、5、6、6、8、8、8、8，現在由此十數中任意取一數捨棄，剩下 9 個數字，問捨棄之前後哪些統計量必定不變？

(1) 算術平均數

(2) 中位數

(3) 全距

(4) 幾何平均數

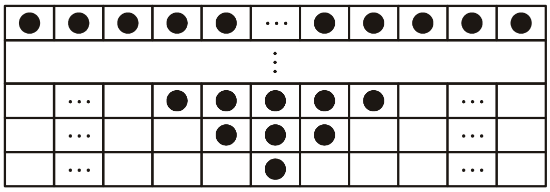
(5) 標準差

13. 某公司為了瞭解所屬員工的健康情形，調查他們的年齡(X)與血壓(Y)的數據。經過計算得到血壓(Y)對年齡(X)的最適合直線為 $y=103+\frac{3}{5}x$，年齡(X)與血壓(Y)相關係數為 0.4，若員工的平均年齡為 45 歲，年齡標準差為 10，則下列敘述何者正確？
(1) 員工的平均血壓為 130
(2) 員工的血壓標準差為 6
(3) 年齡(X)對血壓(Y)的最適合直線必經過點(45,130)
(4) 年齡(X)對血壓(Y)的最適合直線為 $x=-\frac{515}{3}+\frac{5}{3}y$
(5) 某員工的年齡是 55 歲，則預估其血壓為 136

第貳部分：選填題(占 35 分)

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(14~38)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. <u>小敏</u>在一長方形的空地(如右圖(2))上鋪設黑、白兩種顏色地磚(圖中有標示黑點者為黑色地磚，其餘未標示者為白色地磚)，地磚需鋪滿長方形空地，已知他共用了 400 片黑色地磚，則他用了__⑭⑮⑯__塊白色地磚。



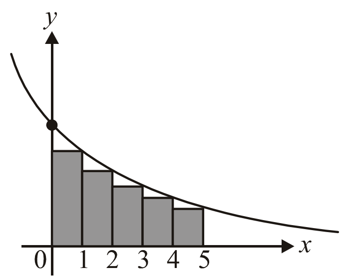
圖(2)

B. 二次函數 $y=x^2-2x+k$ 與 x 軸交於 A、B 兩點，且 $2\le\overline{AB}\le10$，求 k 的最小值為__⑰⑱⑲__。

C. 已知一奈米爲10^{-9}米，某病毒的直徑爲 x 米，且$\log x = -7.5229$，若此病毒的直徑爲 y 奈米，則 y 最接近的整數爲＿⑳㉑＿。

D. 台灣三大巨投參加慈善棒球賽，同時上場擔任非投手的守備位置，但王建民不擔任一壘手，郭泓志不擔任捕手，陳偉殷必擔任游擊手。非投手的守備位置有 8 個，則三大巨投守備位置的安排方法有＿㉒㉓＿種。

E. 如圖(3)所示，已知函數 $y = f(x) = (\frac{3}{4})^x$，則函數曲線下與 x 軸所圍的五個矩形面積和爲＿$\frac{㉔㉕㉖㉗}{㉘㉙㉚㉛}$＿。(化爲最簡分數)



圖(3)

F. 一袋中有 5 個金幣與若干個銀幣，已知每個錢幣被抽取的機會均等．今由袋中任意抽出 2 錢幣，已知抽出 2 錢幣同色的條件下，2 錢幣皆爲金幣的機率爲$\frac{2}{5}$，則袋中總共有＿㉜㉝＿個錢幣。

G. 醫療主管機關持續追蹤某疾病多年後，發現如果受檢人感染該疾病，就有 95%可以檢測出來。但是卻有 4%將不患該疾病之受檢者誤檢爲患有該疾病。現於兵役體檢時進行檢測，若該梯次受檢的十萬役男中有 2%患有此疾病，則當某役男被檢測出患有該疾病時，此役男確實感染該疾病的機率爲＿$\frac{㉞㉟}{㊱㊲㊳}$＿。(化爲最簡分數)

可能用到的參考公式及數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2. 平面上兩點 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$ 間距離為 $\overline{P_1P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

3. 通過 (x_1,y_1) 與 (x_2,y_2) 的直線斜率 $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，$x_2\neq x_1$

4. 首項為 a 且公比為 r 的等比數列前 n 項之和 $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$，$r\neq 1$

5. 級數公式：$\sum\limits_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

6. 常用對數：
$\log 2\approx 0.3010$、$\log 3\approx 0.4771$、$\log 7\approx 0.8451$

7. 算術平均數：$\mu=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$

8. 幾何平均數：$G=\sqrt[n]{x_1\cdot x_2\cdot\cdots\cdot x_n}$

9. 母體標準差：$\sigma=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}{x_i}^2-\mu^2}$

10. 相關係數：$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i'y_i'}{n}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$

11. 迴歸直線：$y-\overline{y}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}(x-\overline{x})$