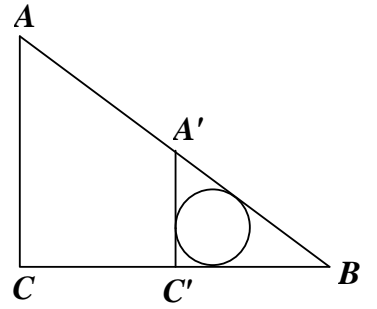


TRML 團體賽-2007



1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{A'C'} \perp \overline{CB}$ ， $\triangle A'BC'$ 之內切圓半徑為 r ， $\overline{BC} = 40$ 公分， $\overline{AC} = 30$ 公分， $\overline{CC'} = 4r$ ，則半徑 $r =$ _____。

2. 若

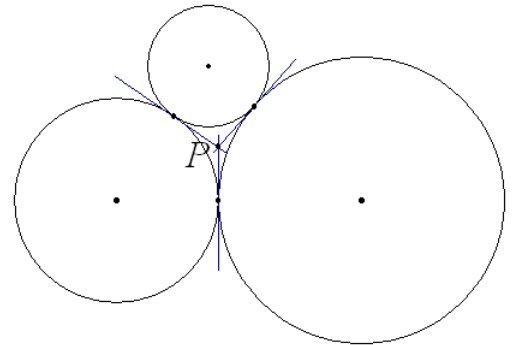
$$(1+3x)(1+3x^2)(1+3x^2^2)(1+3x^2^3)(1+3x^2^4)(1+3x^2^5)(1+3x^2^6)\cdots(1+3x^{2^{10}}) = 1 + k_1x^{a_1} + k_2x^{a_2} + k_3x^{a_3} + \cdots$$

，其中 $\{a_n\}, \{k_n\}$ 是兩個正整數的數列，滿足 $a_1 < a_2 < a_3 < \cdots$ ，則 $k_{30} =$ _____。

3. 考慮所有過點 $P(2, 3)$ 的直線 L ，若 L 分別交 x 軸正向與 y 軸正向於 A 、 B 兩點，則 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 的最小值為 _____。

4. 在正整數數列中依照下面的規律取出一些數排成一個數列：首先取出 1；再取出比 1 大，但最接近 1 的 2 個偶數 2, 4；再取出比 4 大，但最接近 4 的 3 個奇數 5, 7, 9；再取出比 9 大，但最接近 9 的 4 個偶數 10, 12, 14, 16；再取出比 16 大，但最接近 16 的 5 個奇數 17, 19, 21, 23, 25；按此規律一直取下去，得到數列 1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 14, 16, 17, 19, 21, 23, 25, ...，則此數列第 2007 項的數為 _____。

5. 設半徑為 3, 5, 7 的三個圓兩兩外切，若過這三個切點的三條公切線相交於一點 P (如圖)，則點 P 到三切點的距離和為 _____。



6. 所有使得 $n \cdot 2^{n-1} + 1$ 為完全平方數的正整數 n 之和為 _____。

7. 從 0, 1, 3, 5, 7 五個數字中取出三個相異數 (a, b, c) ，使得一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 有實數根，則數對 (a, b, c) 共有 _____ 組。

8. 將邊長 12 的正方形之各邊長作 12 等分，通過各等分點作與各邊平行之直線，這些直線與邊所圍成之長方形中，長與寬相差 2 的長方形有 _____ 個。

9. 設空間中有一質點，每一次移動的規律是由點 (a, b, c) 移至點 $(2b - c, a - b + c, 2b - a)$ 。若該質點由 $(A, 5, B)$ 出發，經過數次移動後可到達點 $(24, -16, 25)$ ，則 $A + B =$ _____。

10. 設 S 是平面上的一個區域，已知 S 中的每點 (a, b) 都滿足：

$$4x^2 - 4(a+b)x + a^2 + b^2 = 0 \text{ 有一根大於 } 1, \text{ 另一根小於 } 1,$$

則 S 最大可能的面積為 _____。

參考解答

1. 5

2. 81

3. 25

4. 3951

5. $3\sqrt{7}$

6. 5

7. 18

8. 990

9. 7

10. 4π