

說明：

- 一、請先核對答案卡上號碼與准考證號碼是否相同，考試科目是否正確，若用錯答案卡作答則不予計分。
- 二、本試卷題本採雙面印刷，共 7 頁有 100 題選擇題，測驗時間從 10:00 到 11:40 共 100 分鐘。
- 三、請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。未依答案卡上注意事項劃記，以致光學閱讀機無法正確閱讀，其後果由應考人自行負責，不得提出異議。

第一部分：數學

1. 設  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{32 \times 34} = \frac{p}{q}$ ，其中  $p、q$  為互質的正整數，

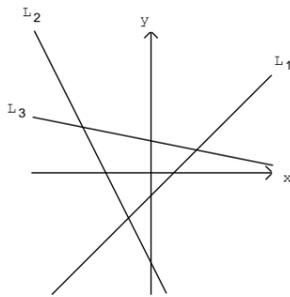
則  $p - q = ?$

- (A) 5
- (B) 31
- (C) 89
- (D) 157

2. 設  $f(x) = (3x^5 - 3x^3 + 5x^2 - 4)^{17}$  的展開式中，係數和為  $a$ ，奇次項係數和為  $b$ ，偶次項係數和為  $c$ ，則  $a + b + c$  為？

- (A) -1
- (B) -2
- (C) 1
- (D) 2

3. 在坐標平面上，根據方程式  $x + 5y - 7 = 0$ ,  $2x + y + 4 = 0$ ,  $x - y - 1 = 0$  畫出三條直線  $L_1, L_2, L_3$ ，如圖所示。試選出方程式與直線間正確的配置？



- (A)  $L_1: x + 5y - 7 = 0$  ;  $L_2: 2x + y + 4 = 0$  ;  $L_3: x - y - 1 = 0$
- (B)  $L_1: x - y - 1 = 0$  ;  $L_2: x + 5y - 7 = 0$  ;  $L_3: 2x + y + 4 = 0$
- (C)  $L_1: 2x + y + 4 = 0$  ;  $L_2: x + 5y - 7 = 0$  ;  $L_3: x - y - 1 = 0$
- (D)  $L_1: x - y - 1 = 0$  ;  $L_2: 2x + y + 4 = 0$  ;  $L_3: x + 5y - 7 = 0$

4. 設  $f(x) = \sum_{n=1}^3 (x-n)^2 + \sum_{n=8}^{10} (x-n)^2$ ，若  $f(x)$  在  $x = a$  處有最小值，

則？

- (A)  $a$  為整數？
- (B)  $a < 5.9$
- (C)  $|a - 4| < 0.5$
- (D)  $|a - 6| < 0.5$

5.  $\triangle ABC$  中，下列何者為非？

- (A) 若  $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$ ，則  $\angle C = 90^\circ$
- (B) 若  $c = \sqrt{2}$ ,  $b = 1$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ，則  $\angle C = 45^\circ$
- (C) 若  $\cos A < 0$ ，則  $\angle A$  是鈍角
- (D)  $\sin A + \sin B > \sin C$

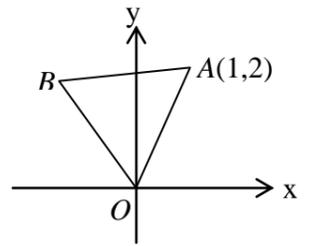
6. 設  $\triangle ABC$  之  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\overline{AC} = b, \overline{AB} = c$ ，今在  $\overline{BC}$  上取一點  $D$ ，使得  $\overline{BD} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ ，令  $x = \overline{AD}$ ，則  $x^2$  等於？

- (A)  $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 + 4bc)$
- (B)  $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 + 2bc)$
- (C)  $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 - 2bc)$

(D)  $\frac{1}{9}(4b^2 + c^2 + 2bc)$

7. 如圖所示在坐標平面上， $\triangle OAB$  為一正三角形，其中點  $A$  的坐標為  $(1, 2)$ ，點  $B$  為  $(b_1, b_2)$ 。試問下列何者為真？

- (A)  $b_1 + ib_2 = (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)(1 + 2i)$
- (B)  $b_1 + ib_2 = (\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ)(1 + 2i)$
- (C)  $(b_1, b_2) = (-1, 2)$
- (D)  $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 60^\circ & \sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & -\cos 60^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$



8. 在空間中，下列選項中的方程式，何者圖形不為一直線？

- (A)  $3x + 2y + z = 1, 6x + 4y + 3z = 5$  之交點
- (B)  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-5}{3}$
- (C)  $2x + y = 1$
- (D)  $x + y - 2z = 0, x - 2y + z = 1, 2x - y - z = 1$  之交點

9. 在座標平面上  $(7, 5)$  處有一光源，將圓  $x^2 + (y-1)^2 = 1$  投射到  $x$  軸的影長為何？

- (A)  $16/3$
- (B)  $8/3$
- (C) 2
- (D)  $2/3$

10. 若  $\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y & 2u+3v \\ u+2v & y-x \end{bmatrix}$ ，則  $x + y + u + v$  之值為？

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

11. 設  $P(1, -1), Q(0, 4), R(-2, 0)$  經矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

變換後之像依次分別為  $P', Q', R'$ ，則  $\triangle P'Q'R'$  之面積為？

- (A) 7
- (B) 14
- (C) 21
- (D)  $\frac{7}{2}$

12. 設拋物線  $y = ax^2 + bx + c$  與直線  $7x - y - 8 = 0$  相切於點  $(2, 6)$ ，而且與直線  $x - y + 1 = 0$  相切，試求  $a + b + c$  之值？

- (A) 2
- (B) 5
- (C) 8
- (D) 9

13. 在  $3|x| + 2|y| \leq 6$  的條件下， $2x - 3y$  的最大值？

- (A) 0
- (B) 4
- (C) 8
- (D) 9

14. 由 1, 2, 3, 4, 5, 6 六個數字所組成 (數字可重複) 的四位數中，含有奇數個 1 的共有？

- (A) 260 個
- (B) 368 個
- (C) 486 個
- (D) 520 個

15. 設事件  $A$  發生之機率為  $\frac{1}{2}$ ，事件  $B$  發生之機率為  $\frac{1}{3}$ ，若以  $p$  表事

件  $A$  或事件  $B$  發生之機率，則  $p$  值的範圍為？

- (A)  $p \leq \frac{1}{6}$   
 (B)  $\frac{1}{6} < p \leq \frac{1}{3}$   
 (C)  $\frac{1}{3} < p \leq \frac{1}{2}$   
 (D)  $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{5}{6}$

16. 設有一橢圓，四個頂點為  $(4, 0)$ ， $(-4, 0)$ ， $(0, 3)$ ， $(0, -3)$ ， $P$  為橢圓上一點，若橢圓中心為  $O$ ， $\overline{OP}$  與  $x$  軸夾角為  $45^\circ$ ，求  $\overline{OP}$  長？

- (A)  $\frac{12\sqrt{2}}{5}$   
 (B) 5  
 (C)  $\frac{7\sqrt{2}}{5}$   
 (D)  $2\sqrt{2}$

17. 若  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ，試問以下哪些選項恆成立？

- (A)  $\tan \frac{\theta}{2} < \frac{1}{2} \tan \theta$   
 (B)  $\tan \theta < \sin \theta$   
 (C)  $\cos \theta < \tan \theta$   
 (D)  $\sin 2\theta < \cos 2\theta$

18. 下列選項中的數，何者最大？

[其中  $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$ ]

- (A)  $100^{10}$   
 (B)  $10^{100}$   
 (C)  $50^{50}$   
 (D)  $\frac{100!}{50!}$

19. 設  $P(x, y, z)$  在球面： $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 2z + 5 = 0$  上，令  $k = 2x + y + z$ ，則  $k$  值範圍為？

- (A)  $-4\sqrt{6} \leq k \leq 4\sqrt{6}$   
 (B)  $-3\sqrt{6} \leq k \leq 3\sqrt{6}$   
 (C)  $-2\sqrt{6} \leq k \leq 2\sqrt{6}$   
 (D)  $-5\sqrt{6} \leq k \leq 5\sqrt{6}$

20. 設  $x$  為實數，下列各函數之圖形，何者恆在  $x$  軸下方？

- (A)  $f_1(x) = |x - 2| + |x + 3| - 2$   
 (B)  $f_2(x) = x^2 + 2x + 3$   
 (C)  $f_3(x) = \frac{x-3}{x+2}$   
 (D)  $f_4(x) = -(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

21. 設  $f(x)$  為一實數函數，試問下列何者正確？

- (A) 若  $f(x) = x|x|$ ，則  $f(x)$  在  $x=0$  處可微分  
 (B) 若  $f(x) = x[x]$ ，則  $f(x)$  在  $x=0$  處可微分  
 (C)  $f(x)$  的極小值中，最小的為函數  $f(x)$  的最小值  
 (D) 若  $a \in R$ ， $f'(a) = 0$ ，則  $f(a)$  為  $f(x)$  的一極值

22. 一室有六個門，規定每人不得由同一門進出，若甲、乙、丙三人，任二人由不同門進入及出來，則三人各進出一趟之方法有多少種？

- (A) 8520  
 (B) 4260

(C) 2840

(D) 1420

23. 設  $f(x)$  為一多項式，已知  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 24$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = -20$ ，

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = 60$ ，若  $f(x)$  以  $(x-1)(x-2)(x-3)$  除之所得商

為  $Q(x)$ ，則下列何者為錯誤？

- (A)  $(x-1)(x-2)$  可整除  $f(x)$   
 (B)  $(x-2)(x-3)$  可整除  $f(x)$   
 (C)  $Q(1) = 30$

(D)  $Q(x)$  被  $(x-1)(x-2)(x-3)$  除之，餘式為  $x^2 + 5x + 6$

24.  $f(x) = \sin x [\cos x + \cos 3x + \dots + \cos 23x]$ ，

則  $f\left(\frac{\pi}{72}\right)$  之值為？

- (A)  $\frac{1}{2}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$   
 (D)  $\frac{1}{4}$

25. 有一個七位數  $26mn607$ ，若  $\frac{26mn607}{198}$  可化為有限小數，則數對

$(m, n) = ?$

- (A)  $(1, 2)$   
 (B)  $(4, 2)$   
 (C)  $(3, 4)$   
 (D)  $(2, 6)$

26. 10 個數值依小而大的順序排列如下(相鄰二數可能相等)  $1, 2, 3, 4, h, 6, 6, 7, 7, k$ ，已知此 10 個數值的算術平均  $\bar{X} = 5$ ，中位數  $M_e = 6$ ，計算此 10 個數值的標準差  $S$ ，試問滿足「 $\bar{X} - S < x < \bar{X} + S$ 」的  $x$  有多少個？

- (A) 5  
 (B) 6  
 (C) 7  
 (D) 8

27. 設  $\overrightarrow{OA} = (3, 1)$ ， $\overrightarrow{OB} = (1, 2)$ ， $t \in R$ ， $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ ，若  $\overrightarrow{OC}$  平分  $\angle AOB$ ，則  $t = ?$

- (A)  $\sqrt{2}$   
 (B)  $\sqrt{3}$   
 (C)  $\sqrt{4}$   
 (D)  $\sqrt{5}$

28. 某人投籃，第一球投中之機率為 0.6，以後的命中率為

(i) 若此球中，則下一球的命中率為 0.8

(ii) 若此球不中則下一球之命中率為 0.4，

若此人連放  $n$  球，欲使至少投中一球之機率超過 0.99，求  $n$  之最小值為？

- (A) 6  
 (B) 7  
 (C) 8  
 (D) 9

29.  $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ , 則  $A^{192} + A^{45} = ?$

- (A)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

30. 設  $a$  為不等於零的實數。關於方程組

$$\begin{cases} ax + y + \frac{z}{a} = 1 \\ x + ay + z = -1 \end{cases}$$

的解，下列選項哪些是正確的？

- (A) 當  $a = 3$  時，無解  
 (B) 當  $a = 1$  時，恰有一組解  
 (C) 當  $a = -4$  時，有無限多組解  
 (D) 當  $a = -1$  時，有無限多組解

31. 小麗養了一隻狼犬露西，牠每天的食物至少須含維他命甲，乙，丙各 8 單位，10 單位，12 單位，今有  $A, B$  兩種飼料，每公斤飼料所含維他命的單位數如附表所示，

	甲	乙	丙
A	4	2	3
B	2	5	4

已知  $A, B$  兩飼料每公斤價格分別為 30 元，20 元，若小麗欲以最節省的价格飼養露西應購買  $A$  飼料  $x$  公斤， $B$  飼料  $y$  公斤，而費用最少為  $P$  元，則  $x = ?$

- (A)  $\frac{4}{5}$   
 (B) 1  
 (C)  $\frac{8}{5}$   
 (D) 2

32. 若  $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{7}{6}\pi$ ，函數  $y = \sin^2 x - 2\cos x + 3$ ，當  $x = \alpha$  時，

有最大值  $M$ ，當  $x = \beta$  時，有最小值  $m$ ，則下列何者為錯誤？

- (A)  $M = 5$   
 (B)  $\alpha = \pi$   
 (C)  $M + m = 6$   
 (D)  $\beta = \frac{\pi}{3}$

33. 對所有正整數  $n$ ， $3^{2n+1} + 2^{n+2}$  恆為質數  $P$  的倍數，則  $P$  值為？

- (A) 3  
 (B) 5  
 (C) 7  
 (D) 11

34. 設  $x$  為實數，如果  $4^x - 4^{x-1} = 24$ ，則  $(2x)^x$  之值為多少？

- (A)  $5\sqrt{5}$   
 (B) 25  
 (C) 125  
 (D)  $25\sqrt{5}$

35. 已知  $0^\circ < x < 90^\circ$ ，如果  $\tan x = \frac{\sin 10^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 40^\circ}$ ，則  $x$  之值為多少？

- (A)  $20^\circ$   
 (B)  $25^\circ$   
 (C)  $30^\circ$   
 (D)  $50^\circ$

36. 若  $a > b > 0$ ，且  $a^2 + b^2 = 6ab$ ，則  $\frac{a+b}{a-b}$  的值為何？

- (A)  $\sqrt{2}$   
 (B)  $1 + \sqrt{2}$   
 (C) 3  
 (D)  $3 + \sqrt{2}$

37. 設  $a, b, c, d$  為四個相異正整數使得集合  $\{a, b, c, d\} = \{2, 4, 6, 8\}$ ，則  $ab + bc + cd + da$  的最大值是多少？

- (A) 84  
 (B) 96  
 (C) 120  
 (D) 240

38.  $(x^2 + 3x + 2)^5$  的展開式中， $x$  的係數是多少？

- (A) 160  
 (B) 240  
 (C) 360  
 (D) 800

39. 已知一數列  $\{a_n\}$  滿足： $a_1 = 2$ ，且  $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$ ，其中  $n$  為任意正整

數，則  $a_{2007} = ?$

- (A) -3  
 (B)  $-\frac{1}{2}$   
 (C)  $\frac{1}{3}$   
 (D) 2

40. 設  $a$  為大於 1 的正數，如果  $\triangle ABC$  的三邊長分別為  $2a+1$ ， $a^2+a+1$  及  $a^2-1$ ，則此三角形的最大角為何？

- (A)  $\frac{\pi}{2}$   
 (B)  $\frac{7\pi}{12}$   
 (C)  $\frac{2\pi}{3}$   
 (D)  $\frac{3\pi}{4}$

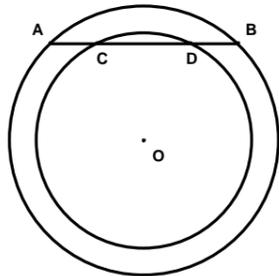
41. 已知  $\triangle ABC$  之三邊長皆為正整數， $\overline{AC} = 25$ ， $\overline{BC} = 39$ 。如果此三角形之外接圓的半徑為  $\frac{125}{6}$ ，則  $\triangle ABC$  的面積為何？

- (A) 396  
 (B) 468  
 (C) 480  
 (D) 936

42. 如果直角三角形的三邊長都是整數，且周長的值等於面積的值，則這樣的直角三角形共有幾個？(全等三角形只計一個)

- (A) 1  
 (B) 2  
 (C) 4  
 (D) 6

43. 如圖，半徑分別為 5 公分與 4 公分的二個同心圓， $\overline{AB}$  及  $\overline{CD}$  分別為此二圓之弦，若  $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ ，則  $\overline{AB}$  為多少公分？



- (A)  $2\sqrt{2}$   
 (B)  $2\sqrt{3}$   
 (C)  $3\sqrt{2}$   
 (D)  $4\sqrt{3}$
44.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 70^\circ$ ， $I$  為  $\triangle ABC$  的內心使得  $\overline{AC} + \overline{AI} = \overline{BC}$ ，則  $\angle B$  的度數為多少度？  
 (A) 20  
 (B) 35  
 (C) 70  
 (D) 90
45. 如果  $a, b, c$  為 0, 1, 2, 3, ..., 9 中的數字，使得七位數  $13ab45c$  為 792 的倍數，則  $a+b+c=?$   
 (A) 14  
 (B) 20  
 (C) 23  
 (D) 25
46. 如果點  $P(a, b)$  為圓： $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 12 = 0$  上的點，則  $\frac{b}{a}$  的最大值為何？  
 (A) 4  
 (B)  $3+2\sqrt{2}$   
 (C) 6  
 (D)  $4+3\sqrt{2}$
47. 無窮級數  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = ?$   
 (A)  $\frac{\pi}{4}$   
 (B)  $\frac{\pi}{2}$   
 (C)  $\frac{3\pi}{4}$   
 (D)  $\pi$
48.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) = ?$   
 (A) 0  
 (B) 1  
 (C) 2  
 (D)  $+\infty$
49.  $\triangle ABC$  中， $D, E, F$  分別為三邊  $\overline{BC}$ ， $\overline{CA}$  與  $\overline{AB}$  上的點，使得  $\angle AFE = \angle BFD$ ， $\angle BDF = \angle CDE$  及  $\angle CED = \angle AEF$ 。如果  $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$  及  $\overline{CA} = 7$ ，則  $\overline{BD} = ?$   
 (A) 2  
 (B)  $\frac{5}{2}$   
 (C)  $\frac{7}{2}$   
 (D) 4

50. 行列式  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = ?$   
 (A) 5  
 (B) 6  
 (C) 12  
 (D) 32

## 臺南縣 96 學年度公立國民中學教師聯合甄選

### 答案卷

#### < 數學 >

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
D	D	D	B	B	B	A	C	A	D
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
B	A	D	D	D	A	A	B	B	D
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
A	A	C	C	B	C	A	D	A	D
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
A	C	C	D	B	A	C	B	B	C
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.
B	C	D	B	A	B	A	C	B	B