

國立中和高中 101 年第二次教師甄選數學科試題

1. 設  $x \in R^+$ ，若一函數  $f$  滿足  $f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = -x$ ，試求  $f(x)$  之最小值。
2. 設一數列  $\langle a_n \rangle$  的首項  $a_1 = 5$  且滿足遞迴關係式： $a_n = 2 + \frac{1}{3}a_{n-1}, n \geq 2$ ，求一般項  $a_n$ 。
3. 某家銀行發行 100 張彩券，已知其中 50 張彩券是有中獎的，若小明買了兩張彩券，試求其中一張中獎的機率。
4. 某高三生參加模擬考考試時，題目卷中有關多重選擇題得分敘述如下---「每題有五個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者得 10 分，答錯一個選項者得 5 分，所有選項均未作答或答錯多於一個選項者，該題以 0 分計算。」若此生此題用猜的作答，試求此題得分的期望值。
5. 若  $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}, L_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-2}$  分別為一正四面體某兩邊的直線方程式，試求此正四面體的體積。
6. 已知雙曲線的貫軸頂點為橢圓的焦點，雙曲線的焦點為橢圓的長軸頂點且兩圖形交於  $P, Q, R, S$  四點，若雙曲線方程式為  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ，試求  $P, Q, R, S$  四點所圍成的矩形面積。
7. 試求以直線  $L: y = 2x$  為對稱軸之鏡射變換矩陣。
8. 設  $k \in R$ ，若四次方程式  $3x^4 - 4kx^3 + 4 = 0$  無實根，試求  $k$  之範圍。
9. 在某次大台北地區詐騙電話問卷調查中發現：「有 95% 的信心水準認為約有 72.5% 到 77.5% 的人曾接過詐騙電話」，試求此次抽樣調查中接過詐騙電話大約的人數。
10. 設  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ ，且  $4\sin \alpha = 5\cos \beta \cos \gamma$ ，試求  $\tan \beta + \tan \gamma$  之值。

参考答案：

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{2}{3}\sqrt{2}$	$3+2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	$\frac{50}{99}$	$\frac{1060}{961}$	$\frac{1}{3}$
6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{720}{41}\sqrt{2}$	$\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$	$-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$	900	$\frac{5}{4}$