

$$7. \text{ 令 } L: \begin{cases} x = 1 + au \\ y = 2 + bu, \quad u \in \mathbb{R}, \\ z = -1 + cu \end{cases}, \quad L_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + 3t, \quad t \in \mathbb{R}, \\ z = -3 + t \end{cases}, \quad L_2: \begin{cases} x = -1 + 4s \\ y = 4 - 2s, \quad s \in \mathbb{R} \\ z = -2 - s \end{cases}$$

令 L, L_1 交於 A 點， L, L_2 交於 B 點，故方程組

$$\begin{cases} 1 + au = 2t \\ 2 + bu = -1 + 3t \\ -1 + cu = -3 + t \end{cases}, \quad \begin{cases} 1 + au = -1 + 4s \\ 2 + bu = 4 - 2s \\ -1 + cu = -2 - s \end{cases} \quad \text{均有解，利用比例關係得到兩個方程式}$$

$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ 2a + 3b + 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow a:b:c = 1:0:-1, \quad \text{所以取 } (a, b, c) = (1, 0, -1)$$

帶回求交點可得到 $A(2, 2, -2)$, $B(3, 2, -3)$, 故所求 $\overline{AB} = \sqrt{2}$.