

高雄市立高雄高級中學 101 年數學科教師甄選

1. 求行列式 $\begin{vmatrix} \tan 50^\circ & \tan 40^\circ & \tan 10^\circ \\ \tan 70^\circ & \tan 20^\circ & \tan 50^\circ \\ \tan 80^\circ & \tan 10^\circ & \tan 70^\circ \end{vmatrix} =$

2. 袋中有 16 個球，白、紅、黃、黑各有 4 個，任取 4 個球恰含有三個顏色的機率為。

3. 設 $x > 0$ ，滿足 $[(x+1)(x-2)] = 1+5x$ ，求 $x =$

4. 設 $\alpha, \beta \in R$ ，求 $(3 \cos \alpha - 2 \sin \beta - 5)^2 + (2 \sin \alpha - 3 \cos \beta + 5)^2$ 的最小值

5. 設 $f(x)$ 為二次多項式，滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 7$ ， $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{17}{6}$ ， $\sum_{n=1}^5 f(n) = 130$ ，求 $f'(-1) =$

6. 通過 $(1, 2)$ 的直線與 $xy = 1$ 交在 A 、 B 兩點，求 \overline{AB} 的最小值

7. 給定數列 $\langle a_n \rangle$ ， $\forall n \in N$ 滿足 $a_n > 0$ 。 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ，已知 $\sum_{k=1}^n \frac{4S_k}{a_k + 2} = S_n$ ， $\forall n \in N$ 。求 $S_{50} =$

8 證明 $\sin \frac{\pi}{13} \sin \frac{2\pi}{13} \sin \frac{3\pi}{13} \sin \frac{4\pi}{13} \sin \frac{5\pi}{13} \sin \frac{6\pi}{13} = \frac{\sqrt{13}}{2^6}$

9. 設 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ ，求 $2(A^{-1})^3 - 11(A^{-1})^2 + 15(A^{-1}) - 4I =$

10. 四面體 $ABCD$ ， $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = a$ ， $\overline{CB} = \overline{CD} = \overline{DB} = b$ ，求歪斜線 \overline{AB} 、 \overline{CD} 間的距離(以 a, b 表示)

11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6}{n^2} \sum_{k=1}^n \sqrt{3n^2 - 2nk - k^2} \right) =$

12. 今為雄中人明為人中雄，此十字排成一行，問同字不相鄰的方法數

13. 方程式 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = a$ 有三相異實根，求 a 的範圍

14. $x^3 - 2010x^2 + x - 2012 = 0$ 的三根為 a, b, c ，求 $\begin{vmatrix} -2a & a+b & a+c \\ a+b & -2b & b+c \\ c+a & c+b & -2c \end{vmatrix} =$

15. 解
$$\begin{cases} x+y+z=a+b+c \\ (a-b)x+(b-c)y+(c-a)z=0 \\ (a+b)(x-a)+(b+c)(y-b)+(c+a)(z-c)=0 \end{cases}$$

16. 方程式 $x^4 + 2\sqrt{3}(\log_2 k)x^2 + 1 - (\log_2 k)^2 = 0$ 有 4 個相異實根，求 k 的範圍

17. 多項式 $\deg f(x) = 2010$ ， $f(k) = \frac{1}{k}$ ， $k = 1, 2, 3 \dots 2011$ ，求 $f(2012) =$

18. 設 $m, h \in \mathbb{R}$ ， $(x-m)^2 = 4(y-mh)$ 圖形沿著 $y = mx$ 平移後產生一新圖形，兩個圖形交點為 $(5, 3)$ ，原圖形在此點的切線斜率為 m_1 ，新圖形為 m_2 ， $m_1 + m_2 = 1$ ，求 $m =$

19. 箱中有紅球白球各 4 顆，一次取 2 顆且取後不放回，當取出球中紅白數量一樣時停止，求取球次數的期望值